حساب الحجوم والكميات

فى الهندسة المدنية

الاستاذ الدكتور

محمد رشاد الدين مصطفى حسين
استاذ المساحة والجيوديسيا
كلية الهندسة جامعة الاسكندرية

حساب الحجوم للمجسمات المنتظمة

Volume of regular solides

كثيراً ما يقابلنا فى الحياة العملية ضرورة حساب الحجم للمجسمات المنتظمة ، مثال ذلك حساب مكعبات الأعمدة والكمرات والأسقف الخرسانية المسلحة ، وحساب مكعبات القواعد سواء الخرسانية المسلحة أو من الخرسانة العادية ، وحساب مكعبات المبانى .... الخ .

وهناك قوانين مباشرة يمكن منها حساب حجم المجسم ، وقوانين وطرق أخرى يحسب منها حجم المجسم إذا كان من النوع غير المألوف .

وفيما يلى نقدم كل طرق الحساب لهذه المجسمات :

١ ــ متوازى المستطيلات (Parallelograms) :

شكل (٢٠٥)

ح	=	مساحة القاعدة × الإرتفاع
	=	س . ع

... (٨٢)

٢ ــ الإسطوانة (Cylinder) :

شكل (٢٠٦)

$$\text{ح} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الإرتفاع}$$
$$= \text{ط}\ \text{نق}^{٢} \ .\ \text{ع} \qquad \dots (٨٣)$$

حيث نق = نصف قطر القاعدة

ع = إرتفاع الإسطوانة

٣ ـ الهرم (Pyramid) :

شكل (٢٠٧)

$$\text{ح} = \frac{١}{٣}\ \text{مساحة القاعدة} \times \text{الإرتفاع}$$
$$= \frac{١}{٣}\ \text{س} \ .\ \text{ع} \qquad \dots (٨٤)$$

وإذا كانت القاعدة شكل منتظم متعدد الأضلاع فإن الحجم ح يكون مساوياً :

$$\text{ح} = \frac{\text{ن حـ ع}}{٦} \sqrt{\text{نق}^{٢} - \frac{\text{حـ}^{٢}}{٤}} \qquad \dots (٨٥)$$

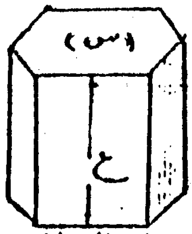
حيث ن = عدد أضلاع القاعدة

حـ = طول ضلع القاعدة

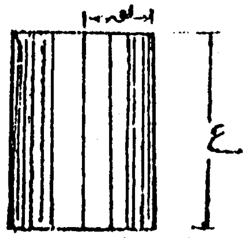
نق = نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المضلع

س = مساحة القاعدة

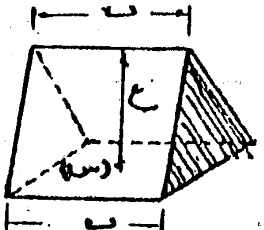
ع = إرتفاع الهرم



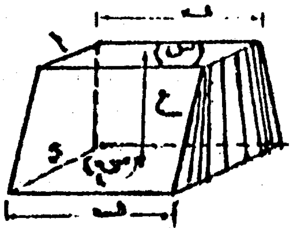
متوازى المستطيلات
(شكل ٢٠٥)



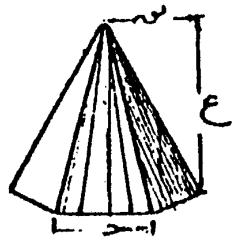
الإسطوانة
(شكل ٢٠٦)



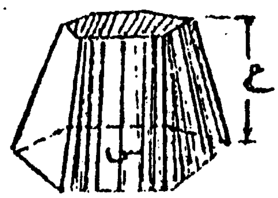
منشور
(شكل ٢١١)



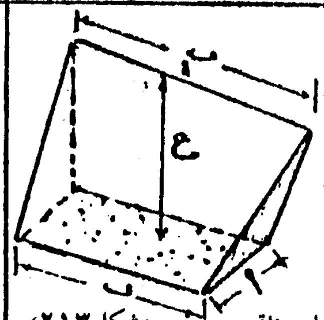
منشور ناقص (خابور)
(شكل ٢١٢)



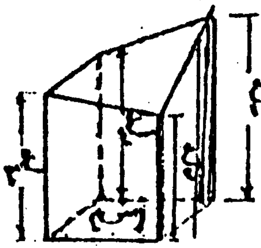
هرم
(شكل ٢٠٧)



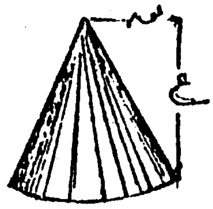
هرم ناقص
(شكل ٢٠٨)



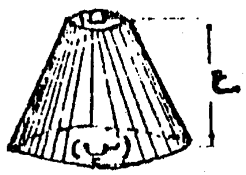
خابور ناقص
(شكل ٢١٣)



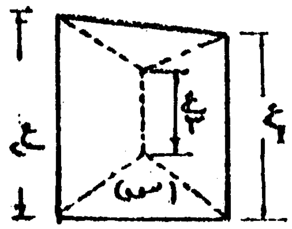
متوازى مستطيلات ناقص
(شكل ٢١٤)



مخروط
(شكل ٢٠٩)



مخروط ناقص
(شكل ٢١٠)



متوازى مستطيلات ناقص (شكل ٢١٥)

٤ ــ الهرم الناقص (Pyramidic Frustum) :

وينتج من قطع الهرم بمستوى يوازى القاعدة شكل (٢٠٨)

$$ح = \frac{ع}{٣} (س + س_١ + \sqrt{س س_١}) \quad ... (٨٦)$$

$س ، س_١$ = مساحتا القاعدتين المتوازيتين

٥ ــ المخروط (Cone) :

شكل (٢٠٩)

$$ح = \frac{١}{٣} \text{ مساحة القاعدة } \times \text{ الإرتفاع} \quad ... (٨٧)$$

$$= \frac{ط نق^٢ ع}{٣} = ١,٠٤٧ \ نق^٢ \ ع$$

٦ ــ المخروط الناقص (Conic Frustum) :

شكل (٢١٠)

$$ح = \frac{ع}{٣} [س + س_١ + \sqrt{س س_١}] \quad ...(٨٨)$$

$$= \frac{١}{٣} ط ع (نق^٢ + نق نق_١ + نق_١^٢)$$

٥

حيث $س$ ، $س_1$ = مساحتا القاعدتين
$نو$ ، $نو_1$ = نصفا قطرى القاعدتين
$ع$ = المسافة العمودية بين القاعدتين

٧ ــ المنشور (Prism) :

شكل (٢١١)

أحرفه $ب$ كلها متوازية ومتساوية

$$= \frac{1}{2} \text{ مساحة القاعدة } \times \text{ الإرتفاع}$$
$$= \frac{1}{2} \, س \,.\, ع \qquad \ldots (٨٩)$$

٨ ــ المنشور الناقص (Truncated Prism) (Wedge) :

شكل (٢١٢)

$$ح = \frac{1}{2} \text{ الإرتفاع} \times \text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}$$
$$= \frac{1}{2} \, ع \, (س_1 + س_2) \qquad \ldots (٩٠)$$
$$= \frac{ع \, ب}{2} (ا + ى)$$

٩ ــ الخابور الناقص (Truncated Wedge) :

شكل (٢١٣)

$$ح = \frac{أ ع}{٦} (٢ ب + ب_١) \quad ... (٩١)$$

حيث أ = عرض القاعدة

ملحوظة : الفرق بين المنشور الناقص والخابور الناقص هو أنه فى الأول أى مقطع يوازى القاعدة أحد أضلاعه يظل ثابتاً (ب) فى حين أنه فى الثانى يتغير من (ب) إلى ($ب_١$) .

وإذا كان الخابور الناقص طولا ضلعى القاعدة المتوازيين غير متساويين ويساويا $ب_١$،$ب_٢$ فإن المعادلة (٩١) تؤول إلى :

$$ح = \frac{أ ع}{٦} (ب + ب_١ + ب_٢) \quad ... (٩٢)$$

١٠ ــ متوازى المستطيلات الناقص (Truncated Parallelograms) :

وهو ما كان مقطعه العمودى على أحرفه المتوازية عبارة عن مثلث أو مستطيل أو مربع فقط وإرتفاعات أحرفه مختلفة .

شكل (٢١٤)

$$ح = \text{مساحة المقطع العمودى} \times \text{متوسط أطوال الأحرف}$$
$$= س . \frac{ع_١ + ع_٢ + ع_٣ + ع_٤}{٤} \quad ... (٩٣)$$

شكل (٢١٥)

$$ح = س . \frac{ع_١ + ع_٢ + ع_٣}{٣} \quad ... (٩٤)$$

١١ ــ الكرة (Sphere) :

شكل (٢١٦)

$$ح = \frac{٤}{٣} ط ىو^٣ \quad ... (٩٥)$$
$$= ٤,١٨٩ ىو^٣$$

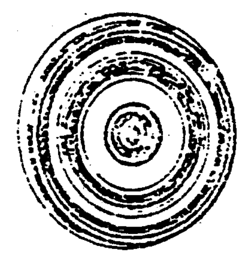
١٢ ــ قطاع كروى (Sphers Sector) :

شكل (٢١٧)

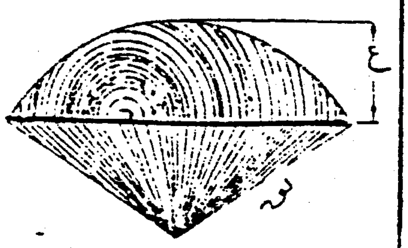
$$ح = \frac{٢}{٣} ط ىو^٢ ع = ٢,٠٩٤٤ ىو^٢ ع \quad ... (٩٦)$$

١٣ ــ قطع كروى (Circle Cone) :

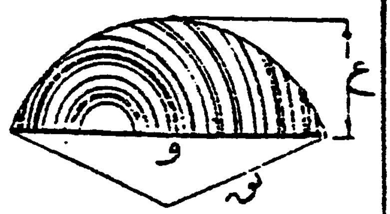
شكل (٢١٨)



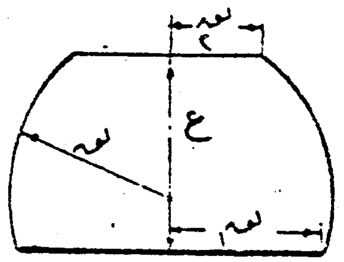
(شكل ٢١٦) الكرة



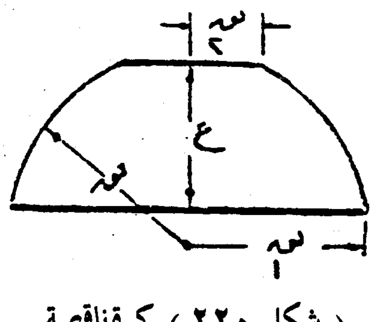
(شكل ٢١٧) قطاع كروى



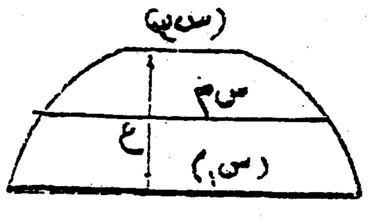
(شكل ٢١٨) قطاع كروى



(شكل ٢١٩) كرة ناقصة



(شكل ٢٢٠) كرة ناقصة



(شكل ٢٢١) كرة ناقصة

$$\text{ح} = \text{ط نق}^{٢}\left(\frac{\text{و}^{٢} + ٤\,\text{ع}^{٢}}{٨\,\text{ع}} - \frac{١}{٣}\,\text{ع}\right) \qquad \dots (٩٧)$$

$$= \text{ط نق}^{٢}\left(\text{نق} - \frac{١}{٣}\,\text{ع}\right)$$

١٤ ــ كرة ناقصة (Truncated Sphere) :

الأشكال (٢١٩ ــ ٢٢١)

$$\text{ح} = \frac{\text{ط ع}}{٦}\left(٣\,\text{نق}_{١}^{٢} + ٣\,\text{نق}_{٢}^{٢} + \text{ع}^{٢}\right) \qquad \dots (٩٨)$$

$$= \frac{\text{ع}}{٦}\left(\text{س}_{١} + ٤\,\text{س}_{٢} + \text{س}_{٣}\right)$$

طرق أخرى لحساب الحجوم للمجسمات

أولاً : طريقة المنشور المجسم (Prlsmoidal Ruls) :

المنشور المجسم هو جسم قاعدتاه المتطرفتان متوازيتان . والقاعدتان قد يكون لهما أى شكل أو مكونة من أى عدد من الأضلاع شكل (٢٢٢) والسطح الجانبى عبارة عن خطوط مستقيمة تصل بين رؤوس القاعدتين وليست خطوط منحنية أو متكسرة ففى شكل (٢٢٢) نجد أن المنشور المجسم عبارة عن جسم قاعدتيه المتوازيتين هما $\text{س}_{١}$ ، $\text{س}_{٢}$ والمسافة العمودية بينهما = ع .

$\text{س}_{\text{م}}$ هو القطاع المتوسط الحقيقى الموجود فى منتصف المسافة ع . وإذا لم يمكنا الحصول على هذا القطاع نأخذ أبعاده على أنه ناتج عن أخذ متوسط كل بعدين متقابلين فى القاعدتين المتوازيتين ثم نأتى بمساحة القطاع على هذا الأساس وحجم المنشور المجسم كما أثبته نيوتن يحسب من المعادلة التالية :

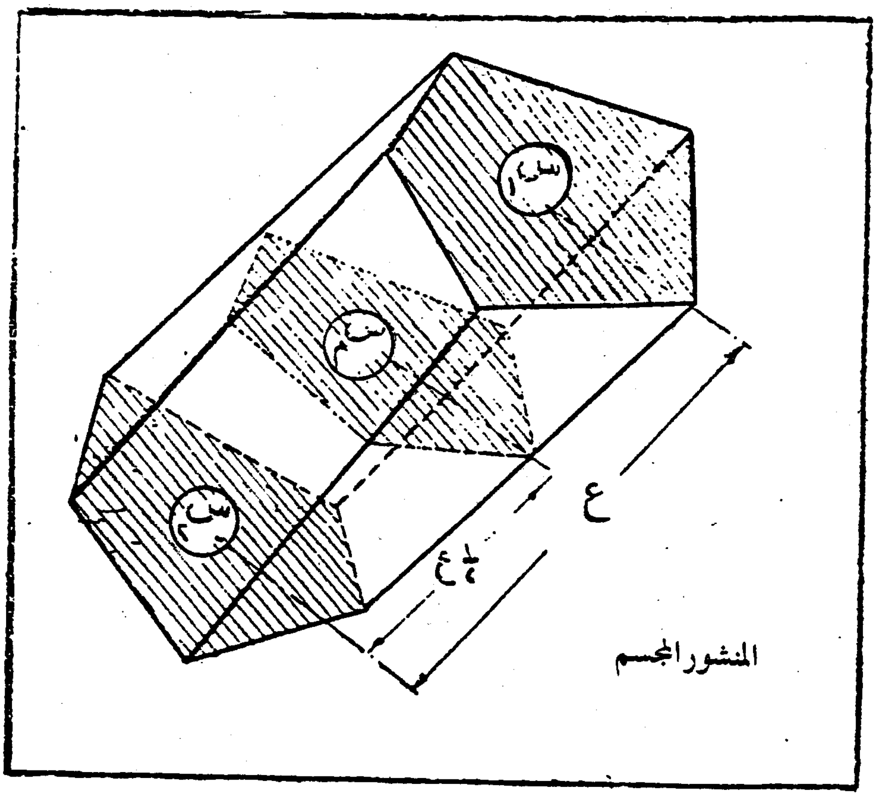
$$\text{حجم المنشور المجسم} = \frac{\text{ع}}{٦} \left(\text{س}_{١} + ٤\ \text{س}_{\text{م}} + \text{س}_{٢} \right) \quad \ldots (٩٩)$$

ومعظم معادلات حساب الحجوم للمجسمات المنتظمة استنتجت بإستخدام قاعدة المنشور المجسم ، فعلى سبيل المثال :

للمخروط :

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{٦} \left[(\text{ط}\ \text{نق}^{٢}) + ٤\ \text{ط} \left(\frac{\text{نق}}{٢} \right)^{٢} + \text{صفر} \right]$$

$$= \frac{١}{٣}\ \text{ط}\ .\ \text{نق}^{٢}\ .\ \text{ع}$$



(شكل ٢٢٢)

للكرة :

$$\text{ح} = \frac{\text{٢ س}}{\text{٦}} \left[\text{صفر} + \text{٤ ط س}^{\text{٢}} + \text{صفر} \right] = \frac{\text{٤}}{\text{٣}} \text{ ط س}^{\text{٣}}$$

للمخروط الناقص :

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{\text{٦}} \left[\text{ط س}^{\text{٢}} + \text{٤ ط} \left(\frac{\text{س} + \text{س}_{\text{١}}}{\text{٢}} \right)^{\text{٢}} + \text{ط س}_{\text{١}}^{\text{٢}} \right]$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{٣}} \text{ ط ع } \left(\text{س}^{\text{٢}} + \text{س}_{\text{١}}^{\text{٢}} + \text{س . س}_{\text{١}} \right)$$

ثانياً : طريقة متوسط القاعدتين End Averaged Area Method :

إذا كان الجسم له قاعدتين متوازيتين مساحة كل منهما $س_1$ ، $س_2$ فإن حجم الجسم يمكن حسابه من القاعدة التالية :

$$ح = \frac{ع}{٢} [س_1 + س_2] \quad ... (١٠٠)$$

حيث ع = المسافة العمودية بين القطاعين

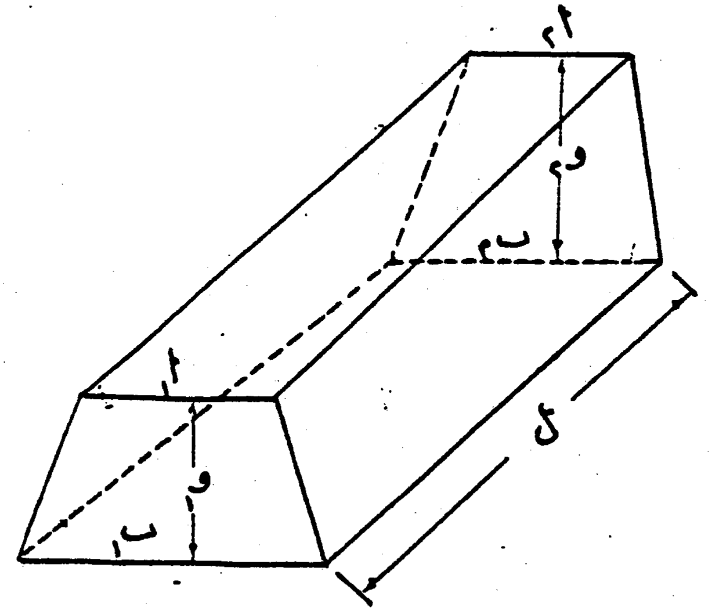
ثالثاً : طريقة شركة سكك حديد نيويورك :

تستعملها الشركة فى حساب مكعبات المبانى فى الحوائط الساندة .

نفرض أن أبعاد القطاع الأول = $ا_1$ ، $ب_1$ ، $و_1$ شكل (٢٢٣)

وأبعاد القطاع الآخر = $ا_2$ ، $ب_2$ ، $و_2$

المسافة العمودية بين القطاعين = ل



(شكل ٢٢٣)

وحجم المجسم يحسب من المعادلة التالية :

$$\text{الحجم} = \frac{\text{ل ص}}{٢٤} \qquad \ldots (١٠١)$$

حيث ل = المسافة العمودية بين القطاعين

$\text{ص} = \text{ع}_{١}\,\text{ف}_{١} + \text{ع}_{٢}\,\text{ف}_{٢} + \text{ع}_{\text{ن}}\,\text{ف}_{\text{ن}}$

$\text{ع}_{١} = \text{أ}_{١} + \text{ب}_{١}$

$\text{ع}_{٢} = \text{أ}_{٢} + \text{ب}_{٢}$

$\text{ف}_{١} = ٢\,\text{و}_{١}$

$\text{ف}_{٢} = ٢\,\text{و}_{٢}$

$\text{ع}_{\text{ن}} = \text{ع}_{١} + \text{ع}_{٢}$

$\text{ف}_{\text{ن}} = \text{ف}_{١} + \text{ف}_{٢}$

رابعاً : طريقة رالف بيل :

بفرض أن المجسم هو المبين فى شكل (٢٢٣) وبإستخدام نفس الرموز فإن حجم هذا المجسم يحسب بهذه الطريقة من المعادلة الآتية :

$$\text{الحجم} = \frac{\text{ل}}{١٢}\left[(\text{أ}_{١}+\text{ب}_{١})(٢\text{و}_{١}+\text{و}_{٢})+(\text{أ}_{٢}+\text{ب}_{٢})(\text{و}_{١}+٢\text{و}_{٢})\right]$$

$\ldots (١٠٢)$

وتعطى نفس نتائج المنشور المجسم . وطبيعى أن هذه المعادلة ومعادلة نيويورك لا نستعملها إلا عندما تكون القطاعات شبه منحرفات أو مستطيلات أو مربعات .

مقارنة بين طريقة المنشور المجسم وطريقة متوسط القاعدتين :

١ ــ طريقة متوسط القاعدتين مضبوطة تماماً فى حالة ما إذا كانت مساحتا القاعدتين س١ ، س٢ متساويتين فقط أو إذا كان الجسم مكوناً من خوابير ومنشورات ، ويكون فيها بعض التقريب إذا لم يتساويا . وتزداد الدقة كلما أقتربت مقادير المساحات من بعضها ويزداد الخطأ كلما كان الفرق كبيراً . وعلى العموم الفرق بين طريقتى المنشور المجسم وطريقة متوسط القاعدتين يقل بتقارب المساحات ويزداد كلما كان الفرق كبيراً .

٢ ــ طريقة المنشور المجسم تعطى الحجم الحقيقى المضبوط للجسم ، ما دام مستوفياً شروط المنشور المجسم .

وتستخدم طريقة المنشور المجسم فى الأحوال الآتية :

أ ــ فى الأعمال الدقيقة وحساب المكعبات النهائية فى المشروعات الكبيرة .
ب ــ فى المبانى ومكعبات الخرسانة لغلو ثمنها .

وفى حالة المبانى كما ذكرنا ، يفضل جداً استعمال طريقة المنشور المجسم ، **إذ كقاعدة عامة تعطى طريقة متوسط القاعدتين المتطرفتين حجماً أكبر من طريقة المنشور المجسم ولذلك يتبع معظم المقاولين طريقة متوسط القاعدتين للتحايل والحصول على مكعبات أكبر فى صالحهم .**

أمثلة

مثال ١ : أوجد حجم صهريج بترول محفور فى أرض مستوية بعمق ٦,٥ م السطح العلوى مستطيل الشكل أبعاده ٥٠ × ٢٠ م والقاع ٣٣ × ٣ م .

الحل :

$$س_{١} = ٥٠ \times ٢٠ = ١٠٠٠ \text{ م}^{٢}$$

$$س_{٢} = ٣ \times ٣٣ = ٩٩ \text{ م}^{٢}$$

أبعاد القطاع الأوسط $\frac{٥٠ + ٣٣}{٢} = ٤١,٥$ م ، $\frac{٢٠ + ٣}{٢} = ١١,٥$ م

$$٤ س_{م} = ٤ \times ٤١,٥ \times ١١,٥ = ١٩٠٩ \text{ م}^{٢}$$

$$ح = \frac{٨,٥}{٦} (١٠٠٠ + ١٩٠٩ + ٩٩) = ٤٢٦١ \frac{١}{٣} \text{ م}^{٢}$$

الحجم بمتوسط القاعدتين المتطرفتين :

$$ح = \frac{١٠٠٠ + ٩٩}{٢} \times ٨,٥ = ٤٦٧٠ \frac{٣}{٤} \text{ م}^{٢}$$

والفرق بين الحجمين وقدره ٩,٦٪ يقل كثيراً لو تقاربت المساحتان .

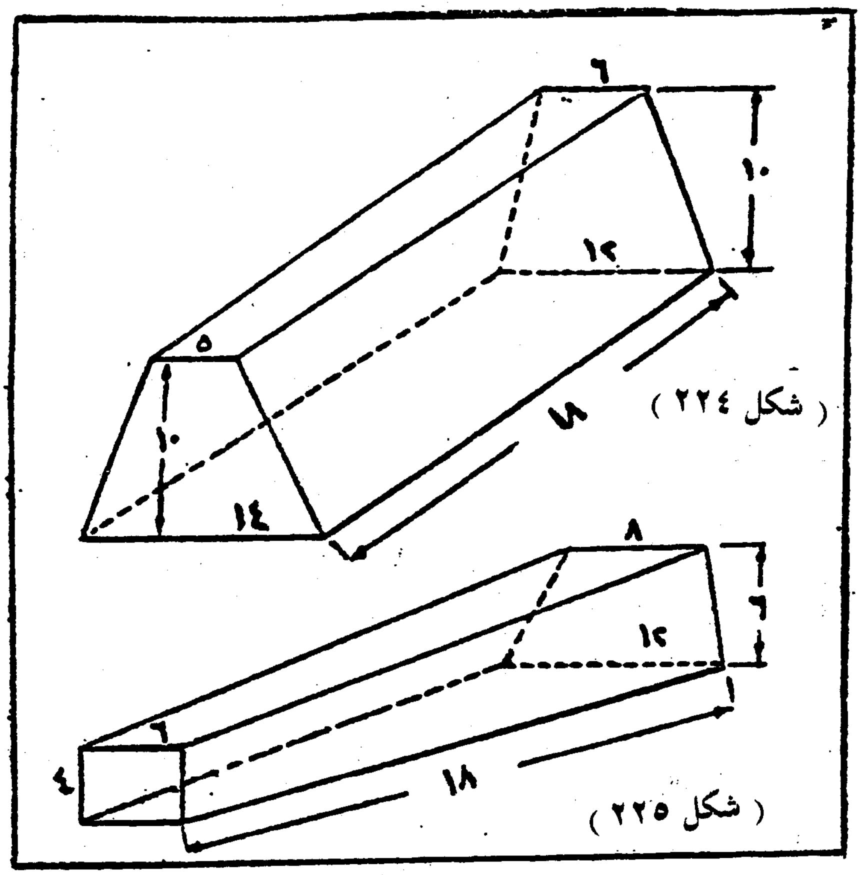
مثال ٢ :

أوجد حجم الحائط المبين فى شكل (٢٢٤) وهو عبارة عن حائط ساند فى مدخل قنطرة (فى هذا المثال الفرق بين مساحتى القطاعين كبير) .

الحل :

$$س_{١} = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times (٦ + ١٣) = ٩٠ \text{ م}^{٢}$$

$$س_{٢} = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times (٥ + ١٤) = ٩٥ \text{ م}^{٢}$$



(شكل ٢٢٤)

(شكل ٢٢٥)

$$\text{س}_{\text{م}} = \left(\frac{٦+٥}{٢} + \frac{١٢+١٤}{٢} \right) \times \frac{١٠+١٠}{٢} \times \frac{١}{٢} = ٩٢,٥ \text{ م}^{٢}$$

$$\text{الحجم (بطريقة متوسط القاعدتين)} = ١٨ \times \frac{٩٠ + ٩٥}{٢}$$

$$= ١٦٦٥ \text{ م}^{٣}$$

$$\text{الحجم (بطريقة المنشور)} = \frac{١٨}{٦} (٩٠ + ٤ \times ٩٢,٥ + ٩٥)$$

$$= ١٦٦٥ \text{ م}^{٣}$$

والنتيجة واحدة لأن الجسم عبارة عن منشور قاعدتيه والقاعدة المتوسطة لهم نفس الشكل (شبه منحرف) .

مثال ٣ :

أوجد حجم الحائط المبين فى شكل (٢٢٥) (الفرق بين القطاعين كبيراً) .

الحل :

$$س_١ = \frac{١}{٢} \times ٦ \times (٨ + ١٢) = ٦٠ \text{ م}^٢$$

$$س_٢ = ٤ \times ٦ = ٢٤ \text{ م}^٢$$

$$س_٣ = \frac{١}{٢} \times ٥ \times (٧ + ٩) = ٤٠ \text{ م}^٢$$

$$ح \text{ (القاعدتين المتطرفتين) } = \frac{١}{٢} \times ١٨ \times (٦٠ + ٢٤)$$

$$= ٧٥٦ \text{ م}^٢$$

$$ح \text{ (المنشور المجسم) } = \frac{١٨}{٦} (٦٠ + ٤ \times ٤٠ + ٢٤)$$

$$= ٧٣٢ \text{ م}^٢$$

الفرق هنا ٢٤ م^٣ أى ٣,٥ فى المائة تقريبا وطريقة المنشور تعطى حجماً أقل كما ذكرنا .

مثال ٤ :

أخذت القطاعات التالية فى بربخ طوله ٢٠٠ متر . ما حجم السائل الموجود بين القطاع عند مسافة صفر والقطاع عند مسافة ٨٠ متر ثم السائل فى الجزء الباقى ، استعمل أدق القوانين على الأطلاق علماً بأن القطاع عند صفر هو معين طول ضلعه ١٠ متر وقطره الأصغر ٨ متر ، والقطاع عند ٨٠ متر هو مستطيل ٦ × ٢ متر والقطاع عند ٢٠٠ متر هو دائرة قطرها ٤ متر علماً بأن ضلع المعين يوازى الضلع ٦ متر فى القطاع عند ٨٠ متر .

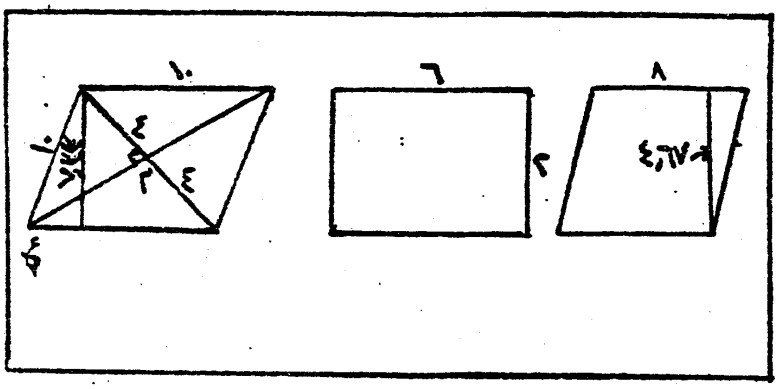
الحل :

من شكل (٢٢٦) :

م ع = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٤)^٢}$ = ٩,١٦٥ م

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × (٩,١٦٥ × ٢) × ٨ = ٧٣,٣٢٠ م^٢

∴ إرتفاع المعين = $\frac{\text{مساحة المعين}}{\text{طول القاعدة}}$ = $\frac{٧٣,٣٢٠}{١٠}$ = ٧,٣٣٢ م



(شكل ٢٢٦)

مساحة المستطيل = ٦ × ٢ ١٢,٠٠٠ م^٢

يحسب الحجم بطريقة المنشور المجسم

∴ للقطاع المتوسط :

العرض = $\frac{١٠ + ٦}{٢}$ = ٨,٠٠٠ م

الإرتفاع = $\frac{٧,٣٣٢ + ٢}{٢}$ ٤,٦٦٦ م

المساحة = ٨,٠٠٠ × ٤,٦٦٦ = ٣٧,٣٣ م^٢

∴ الحجم بين قطاع صفر ، ٨٠

= $\frac{٨٠}{٦}$ (١٢ + ٤ × ٣٧,٣٣ + ٧٣,٣٣٢)

= ٣١٢٨,٦٩ م^٣

للجزء من قطاع ٨٠ إلى قطاع ٢٠٠ وبإستخدام طريقة المنشور المجسم أيضاً :

مساحة الدائرة = ط نق^{٢} = ١٢,٥٦٦ م^{٢}

والقطاع المتوسط سيكون قطع ناقص ا = $\frac{٤ + ٦}{٢}$ = ٥ متر

ب = $\frac{٤ + ٢}{٢}$ = ٣ متر

∴ س م = ط × ا × ب = ٤٧,١٢٤ م^{٢}

∴ الحجم = $\frac{(٢٠٠ - ٨٠)}{٦}$ (١٢+٤×٤٧,١٢٤+١٢,٥٦٦)

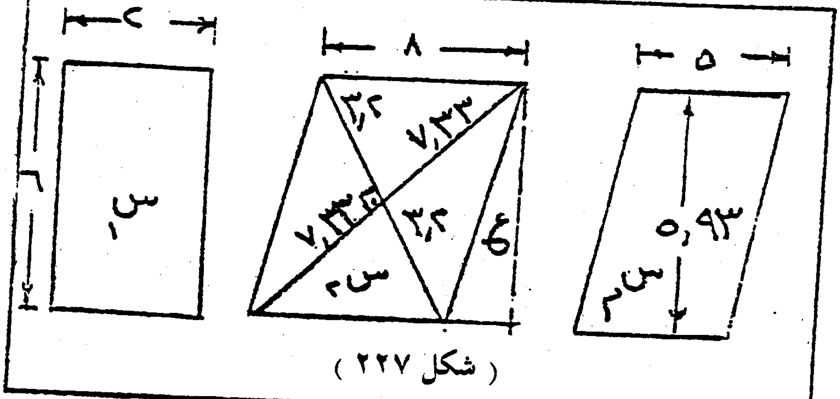
= ٤٢٦١,٢٤ م^{٣}

مثال ٥ :

بربخ طوله ٤٠ متر مدخله مستطيل ٦ × ٢ متر ومخرجه معين طول ضلعه ٨ متر والقطر القصير له ٦,٤ متر وضلعان من أضلاع المعين توازى الضلع القصير فى المستطيل . أوجد حجم المياه فى البربخ وهو ممتلىء بنصف حجمه بإستعمال أدق طريقة لحساب الكمية .

الحل :

بإستخدام طريقة المنشور المجسم وبالإستعانة بشكل (٢٢٧) نجد أن :



(شكل ٢٢٧)

للقطاع الأول :

$س_١$ = ٢ × ٦ = ١٢,٠٠ م^٢

للقطاع الأخير :

طول القطر الأكبر = ٢ $\sqrt{(٨)^٢ - (٣,٢)^٢}$ = ١٤,٦٦ م

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٦,٤ × ١٤,٦٦ = ٤٦,٩١٢ م^٢

إرتفاع المعين = $\frac{\text{المساحة}}{\text{طول الضلع}}$ = $\frac{٤٦,٩١٢}{٨}$ = ٥,٨٦ م

للقطاع المتوسط :

إرتفاع القطاع = $\frac{٥,٨٦ + ٦}{٢}$ = ٥,٩٣ م

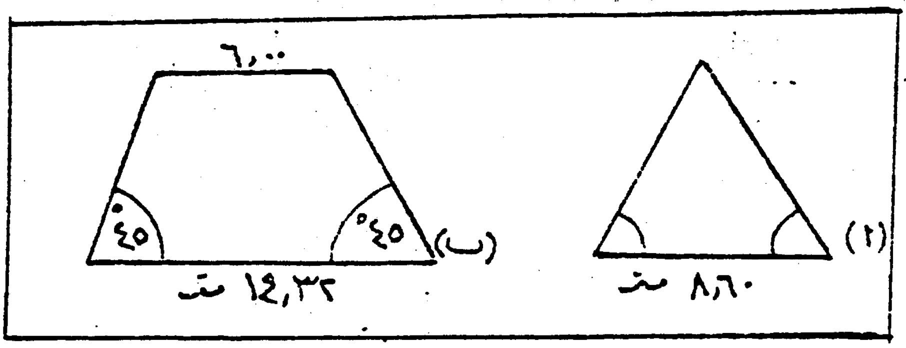
طول القاعدة = $\frac{٨ + ٢}{٢}$ = ٥,٠٠ م

∴ $س_م$ = ٥,٠٠ × ٥,٩٣ = ٢٩,٦٥ م^٢

∴ الحجم = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٤٠}{٦}$ [١٢ + ٤ × ٢٩,٦٥ + ٤٦,٩١٢] = ٥٩١,٧٠ م^٣

مثال ٦ :

كتف كوبرى طوله ٤٨ متراً قاعدتيه المتوازيتين كما هو مبين فى شكل (٢٢٨) . أوجد بأدق طريقة تكاليف إنشاء هذا الكتف من الخرسانة العادية إذا كان ثمن المتر المكعب ٥٠ جنيها علماً بأن القاعدة عند (أ) مثلث متساوى الساقين زاوية قاعدته ٤٨ ′ ٢١° .



(شكل ٢٢٨)

الحل :

تستخدم طريقة المنشور المجسم

القطاع عند ا :

$$ظا\ ٢١°\ ٤٨' = \frac{\text{إرتفاع القطاع}}{٤,٣٠}$$

∴ إرتفاع المثلث = ١,٧٢ متر

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{١}{٢} \times ١,٧٢ \times ٨,٦٠ = ٧,٣٩٦\ م^٢$$

للقطاع عند ب :

$$ظا\ ٤٥° = \frac{\text{إرتفاع شبه المنحرف}}{\frac{١}{٢}(١٤,٣٢ - ٦)}$$

∴ إرتفاع شبه المنحرف = ٤,١٦ متر

$$∴ \text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{١٤,٣٢ + ٦}{٢} \times ٤,١٦ = ٤٢,٢٦٦\ م^٢$$

للقطاع المتوسط : وسيكون على شكل شبه منحرف :

$$\text{القاعدة السفلى} = \frac{٨,٦٠ + ١٤,٣٢}{٢} = ١١,٤٦\ م$$

$$\text{القاعدة العليا} = \frac{\text{صفر} + ٦}{٢} = ٣,٠٠\ م$$

$$\text{الإرتفاع} = \frac{١,٧٢ + ٤,١٦}{٢} = ٢,٩٤\ م$$

$$∴ س_م = \frac{٣,٠٠ + ١١,٤٦}{٢} \times ٢,٩٤ = ٢١,٢٥٦\ م^٢$$

$$∴ \text{حجم الكتف} = \frac{٤٨}{٦}[٧,٣٩٦ + ٤ \times ٢١,٢٥٦ + ٤٢,٢٦٦] = ١٠٧٧,٤٨٨\ م^٣$$

∴ تكاليف إنشاء الكتف = ١٠٧٧,٤٨٨ × ٥٠ = ٥٣٨٧٤,٤ جنيه

خامساً : طريقة التقسيم إلى منشورات ناقصة :

هناك بعض الحالات يكون من المناسيب فيها تقسيم الجسم إلى عدد من المنشورات الناقصة وليست من الضرورى أن تكون متساوية المساحة كما فى الحالة الموضحة بالمثال التالى :

مثال :

على قطعة أرض تنحدر فى إتجاه واحد إنحداراً قدره ١ : ١٥ كما هو مبين فى شكل(٢٢٨ مكرر) يراد حفر خزان قاعه أفقى منسوبه(+١٠,٠٠)وأبعاد القاع ١٥٠ × ١٠٠ متر كما هو موضح بالشكل . فإذا علم أن الميول الجانبية للحفر ستكون ٢ : ٣ فاحسب كميات الحفر الناتجة لإنشاء هذا الخزان . إحسب أيضاً كمية المياه القصوى التى يمكن تخزينها به .

الحل :

من شكل(٢٢٨ مكرر) يتضح أن الجسم الناتج هنا بالرغم من أنه محدد بمستويات إلا أنه ليس منشوراً مجسماً لأنه لا يوجد فيه مستويان متوازيان . ويحسب الحجم كأنه مكون من المنشورات الرئيسية الناقصة (الظاهرة فى المستوى الأفقى) ا ب ح ء ، ا ب هـ و ، ء ح هـ ن ، ا ء ل و ، ب ح ء هـ . وعليه تجرى عملية حساب أبعاد هذا المجسم اللازمة لحساب الحجم بالإستعانة بشكل (٢٢٨ مكرر) كما يلى :

الإرتفاع ط ظ = فرق المنسوبين =٨ م .

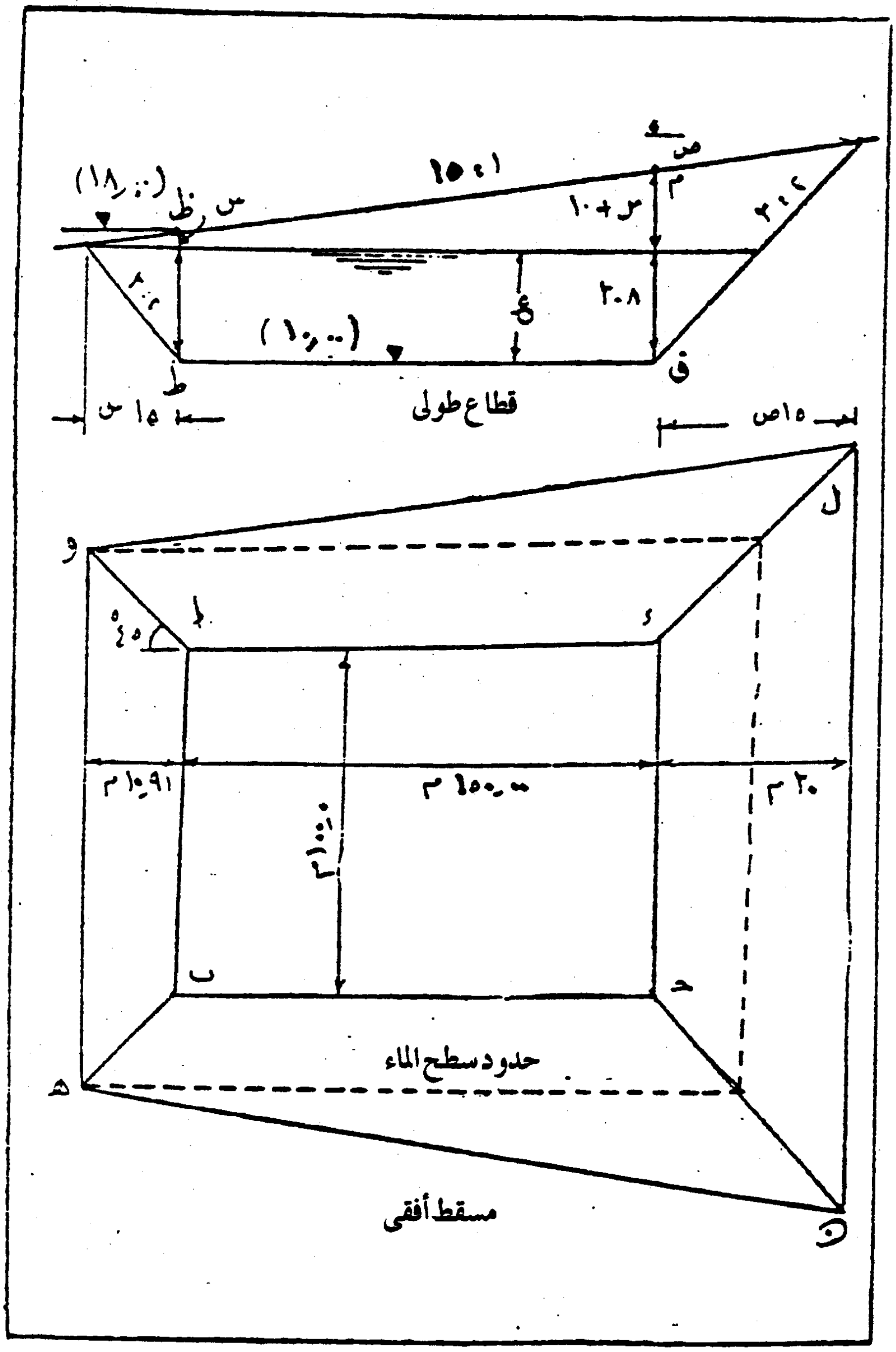
$$\therefore \frac{(\text{٨} - \text{س})}{\text{١٥ س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$$

ومنها س = ٠,٧٢٧ متر

أى أن ١٥ س = ١٠,٩١ متر

$$\text{الإرتفاع ق م} = \text{٨,٠٠} + \text{١٥٠} \times \frac{\text{١}}{\text{١٥}} = \text{١٨ م}$$

$$\therefore \frac{(\text{١٨} + \text{ص})}{\text{١٥ ص}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$$



(شكل ٢٢٨ مكرر)

ومنها ص = ٢,٠٠ متر

أى أن ١٥ ص = ٣٠,٠٠ متر

وعلى هذا فأن حجم المنشور احـ ء والذى قاعدته احـ ء

= مساحة القاعدة احـ ء × الإرتفاع المتوسط

$$= ١٥٠ \times ١٠٠ \times \frac{٨ + ٨ + ١٨ + ١٨}{٤} = ١٩٥٠٠٠,٠٠ \text{ م}^{٣}$$

حجم المنشور ا ب هـ و = مساحة ا ب هـ و × الإرتفاع المتوسط

$$= ١١٠,٩١ \times ١٠,٩١ \times \frac{٨ + ٨ + \text{صفر} + \text{صفر}}{٤} = ٤٨٤٠,١١ \text{ م}^{٣}$$

حجم المنشور ء حـ هـ ل = مساحة ء حـ هـ ل × الإرتفاع المتوسط

$$= ١٣٠ \times ٣٠ \times \frac{١٨ + ١٨ + \text{صفر} + \text{صفر}}{٤} = ٣٥١٠٠,٠٠ \text{ م}^{٣}$$

حجم المنشور ا ء ل و = مساحة ا ء ل و × الإرتفاع المتوسط

$$= \left[\frac{١٠,٩١ + ٣٠}{٢} (١٥٠ + ٣٠ \; ١٠,٩١) - \frac{(٣٠)^{٢}}{٢} - \frac{(١٠,٩١)^{٢}}{٢} \right]$$

$$\times \left(\frac{٨ + ١٨ + \text{صفر} + \text{صفر}}{٤} \right) = ٢٢٠٧١,٠٨ \text{ م}^{٣}$$

∵ حجم المنشور ب حـ هـ هـ = حجم المنشور ا ء ل و = ٢٢٠٧١,٠٨ م٣

∴ حجم الأتربة الكلى ناتج الحفر = ٢٧٩٠٨٢,٢٧ م٣

عند إمتلاء الخزان بالماء فإن إرتفاع الماء سيكون مساوياً (٨ — س) متر أى أن ع = ٧,٢٧٣ متر .

وفى هذه الحالة يمكن إيجاد حجم الماء على أنه حجم المنشور المجسم الذى قاعدته السفلى مستطيل ١٥٠ × ١٠٠ وقاعدته العليا مستطيل أبعاده (١٥٠,٠٠ + ٢ × ١٠,٩١) ، (١٠٠,٠٠ + ٢ × ١٠,٩١) وقاعدته

المتوسطة مستطيل أبعاده (١٠,٩١+١٥٠,٠٠)،(١٠,٩١+١٠٠,٠٠)
وبذا يكون حجم الماء مساوياً $ح_م$ حيث :

$$ح_م = \frac{ع}{٦} [س_١ + ٤ س_م + س_٢]$$

$س_١$ = ١٥٠,٠٠ × ١٠٠,٠٠ = ١٥٠٠٠,٠٠ م^٢^
$س_٢$ = ١٧١,٨٢ × ١٢١,٨٢ = ٢٠٩٣١,١١ م^٢^
$س_م$ = ١٦٠,٩١ × ١١٠,٩١ = ١٧٨٤٦,٥٣ م^٣^

∴ حجم الماء = $\frac{٧,٢٧٣}{٦}$ [١٥٠٠٠+١٧٨٤٦,٥٣×٤+٢٠٩٣١,١١]

= ١٣٠٠٨٦,٣٦ م^٣^

حساب الكميات فى أعمال

الحفر والردم

Earthworks

من أهم موضوعات الهندسة المدنية ــ وخاصة فى المشروعات الكبيرة ــ هو كيفية حساب الكميات لما يتم حفره أو ردمه من سطح الأرض نظراً لأن سطح الأرض هو سطح طبوغرافى غير منتظم وليست له قوانين رياضية تحكمه . وهناك ثلاثة طرق رئيسية يمكن بها حساب الكميات عند التعامل مع الأسطح الطبوغرافية وهى :

١ ــ من واقع القطاعات الطولية والعرضية فى منطقة التعامل .
٢ ــ من واقع مناسيب النقط .
٣ ــ من واقع خطوط الكنتور .

وتستعمل جميع هذه الطرق فى إيجاد كميات الأتربة سواء فى الحفر أو الردم بدقة تتوقف على الطريقة نفسها ومدى الإحتياج إلى إستخدامها .

وسنبين فيما يلى جميع هذه الطرق ومدى دقة كل طريقة وحدود الإستعمال والضرورة إليها .

أولاً : حساب المكعبات من القطاعات الطولية والعرضية

I ــ من القطاعات الطولية :

تعتبر القطاعات الطولية من المعلومات الضرورية لدراسة الكميات فى معظم المشروعات الهندسية . وفى المشروعات التى لا تحتاج إلا لعرض صغير فقط

حيث يمكن إعتبار منسوب نقطة المحور ممثلة لمنسوب القطاع العرضى للأرض عند هذه النقطة (سطح الأرض أفقى فى الإتجاه العمودى على المحور) ، كما فى حالة وضع ماسورة مياه أو مجارى أو مد أسلاك خطوط التليفون وأنابيب الغاز على أن تكون جوانب الحفر رأسية ، فإن حساب المكعبات فى مثل هذه الحالات يمكن إعدادها بإجراء قطاع طولى فقط على محور المشروع وإيجاد مناسيب نقط عليه ، إما على مسافات متساوية إذا كانت الأرض منتظمة أو عند التغير فى طبيعة الأرض ، ثم رسم هذا القطاع بمقياس رسم مناسب (عادة يكون مقياس الرسم صغير للمسافات الأفقية ليتناسب مع طول القطاع وطول الورقة مثل ١ : ٥٠٠ أو ١ : ١٠٠٠ بينما يؤخذ المقياس للمسافات الرأسية أكبر من ذلك ليسمح بإظهار طبيعة الأرض وتضاريسها مثل ١ : ٥٠ أو ١ : ١٠٠ وقد نوقش هذا فى باب الميزانية) وبعد رسم القطاع يوضع خط الإنشاء التصميمى أو المقترح على الرسم وبنفس مقياس الرسم ، مع بيان منسوبه عند البداية والنهاية وعند النقط المبين مناسيبها على المحور وعند النقط التى يتغير فيها الإنحدار فى خط الإنشاء ، إذ أحياناً يكون خط الإنشاء ذى إنحدارات مختلفة لأغراض فنية أو إقتصادية . وسواء أكان محور المشروع خطاً مستقيماً أو منحنياً أو متكسراً أو مكوناً من عدة خطوط فإننا نفرد القطاع ونعالجه على أنه خط واحد مستقيم . ونحسب المكعبات وكميات الأتربة من القطاعات الطولية كما فى المثال التالى :

مثال :

أخذت المناسيب والمسافات الآتية فى ميزانية على محور طريق مكون من خطين (اب،ب‌حـ) يصنعان بينهما زاوية ١٠° لإنشاء ماسورة مياه تصل بين ا،حـ علماً بأن قطر الماسورة ٧٥ سم والحفر يزيد بمقدار ٢٥ سم على كل من جانبى الماسورة . إرتفاع الحفر عند ا يساوى ١,٧٠ م وإنحدار الماسورة ١ : ٢٠٠ إلى أسفل فى المسافة من ا إلى ب ، ١ : ١٠٠ إلى أسفل من ب إلى حـ .

المسافة	(م)	صفر	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	(على ا ب)
المنسوب	(م)	٧,٣	٧,٩	٦,٧	٥,٨	٦,٦	٧,٢	
المسافة	(م)	صفر	١٠	٢٠				(على ب حـ)
المنسوب	(م)	٧,٢	٦,٨	٦,٢				

ما مقدار الأتربة الواجب حفرها .

الحل :

يتم أولاً رسم القطاع الطولى الذى يوضح سطح الأرض الطبيعية وسطح الإنشاء وعلى ذلك يجب إختيار مقياس الرسم الأفقى والرأسى وبفرض أن عرض الورقة ١٢ سم ، وطولها ١٧ سم ولدينا المسافة الأفقية ٧٠ متراً ، فيكون :

مقياس رسم المسافات الأفقية $= \frac{١٧}{٧٠ \times ١٠٠} = \frac{١}{٤١٠}$ يؤخذ $\frac{١}{٥٠٠}$

وهو أقرب مقياس مناسب .

والفرق بين أعلى وأوطى نقطة $=$ ٧,٩ ــ ٥,٨ = ٢,١ متراً

منسوب (ا) أول نقطة على خط الإنشاء = (٧,٣٠ ــ ١,٧٠) = ٥,٦ متراً

منسوب (ب) $=$ ٥,٦ ــ ٥٠ $\times \frac{١}{٢٠٠}$ = ٥,٣٥ م

منسوب (حـ) $=$ ٥,٣٥ ــ ٢٠ $\times \frac{١}{١٠٠}$ = ٥,١٥ م

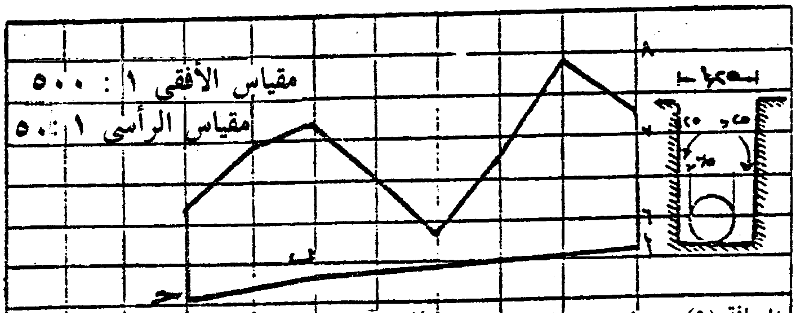
وبذا نلاحظ أن أعلى نقطة فى المشروع كانت على سطح الأرض بمنسوب (٧,٩٠) وأوطى نقطة كانت على سطح الإنشاء بمنسوب (٥,١٥) وبذا يكون :

الفرق بين أعلى نقطة وأوطى نقطة فى المشروع = ٧,٩٠ ــ ٥,١٥ = ٢,٧٥ م

وبأضافة مساحة خالية أسفل أوطى نقطة ومساحة خالية أعلى النقطة ذات المنسوب الأعلى وليكن بعرض متر لكل منهما يصبح الفرق بين الحدود العليا والسفلى للورقة ممثلاً لحوالى ٥ متر وبذلك يكون :

مقياس الرسم الرأسى = $\frac{١٣}{١٠٠ \times ٥}$ = $\frac{١}{٤٢}$ تؤخذ $\frac{١}{٥٠}$

نوجد مناسيب النقط على خط الإنشاء المقابلة لنقط تغير سطح الأرض كما هو مبين فى شكل (٢٢٩) أى عند النقط المبين مناسيبها على سطح الأرض الطبيعى وشكل (٢٢٩) يبين القطاع الطولى بعد رسمه وقد بيننا فيه سطح الأرض الطبيعية من واقع البيانات المعطاه ، وكذلك سطح الإنشاء بعد حساب مناسيب نقطه المختلفة بمعلومين أن أول نقطة منسوبها أوطى من منسوب أول نقطة على سطح الأرض بمقدار ١,٧٠ متر وبذا يكون منسوب أول سطح الإنشاء مساوياً = ٧,٣٠ — ١,٧٠ = ٥,٦٠ .



المسافة (م)	صفر	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠
المنسوب (م)	٧,٣٠	٧,٩٠	٦,٧٠	٥,٨٠	٦,٦٠	٧,٢٠	٦,٨٠	٦,٢٠
منسوب الإنشاء	٥,٦٠	٥,٥٥	٥,٥٠	٥,٤٥	٥,٤٠	٥,٣٥	٥,٢٥	٥,١٥
إرتفاع الحفر	١,٧٠	٢,٣٥	١,٢٠	٠,٣٥	١,٢٠	١,٨٥	١,٥٥	١,٠٥
المساحة م٢	$\frac{١}{٢}$ × ١٠ (١,٧٠ + ١,٠٥ + ٢ مجموع باقى الإرتفاعات) = ٩٨,٧٥							
الحجم م٣	٩٨,٧٥ × ١,٢٥ = ١٢٣,٤٠							

(شكل ٢٢٩)

ثم تم حساب باقى مناسيب سطح الإنشاء للجزء ا ب بمعلومية مقدار الإنحدار لهذا الجزء حتى نقطة (ب) ومن ثم تم حساب مناسيب نقط سطح الإنشاء للجزء من ب إلى حـ بمعلومية إنحدار السطح من ب إلى حـ . ويجب أن تبين جميع البيانات الضرورية على القطاع الطولى وكذلك الحسابات الضرورية لحساب كميات أتربة الحفر أو الردم . ففى الشكل تم عمل جدول أسفل

القطاع الطولى يبين المسافات ومناسيب سطح الأرض الطبيعية ومناسيب سطح الإنشاء التى تم حسابها وبذلك تبين أن المنطقة كلها سيتم فيها أعمال حفر بإرتفاعات تساوى الفرق بين منسوبى سطح الأرض الطبيعية وسطح الإنشاء ، ولقد تم تدوين إرتفاعات الحفر فى الجدول . ولما كان عرض الحفر ثابتاً (جوانب الحفر رأسية) فإن الحجم يحسب بضرب المساحة الجانبية للحفر فى مقدار عرض الحفر ، وعلى ذلك تم حساب المساحة الجانبية للحفر فى الجدول مستخدمين قانون أشباه المنحرفات ولقد إعتبرنا عرض الحفر مساوياً قطر الماسورة مضافاً إليها ٠,٢٥ متر من كل جانب كما هو مبين فى القطاع الجانبى فى شكل (٢٢٩) وبذا حسب حجم أتربة الحفر فى الجدول أسفل الشكل .

II ــ من القطاع الطولى والقطاعات العرضية :

تشكل القطاعات العرضية عمودية على إتجاه المحور الطولى للمشروع وذلك إذا ما كان عرض قطاع الإنشاء غير ثابت ، أو عندما يكون عرض المشروع كبيراً ومناسيب النقط على المحور لا تمثل جميع مناسيب النقط للأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور ــ أى أن سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور غير أفقية . وعلى ذلك تكون هذه القطاعات العرضية مقسمة الأرض التى سيتم فيها المشروع إلى أجسام كل منها له قاعدتان متوازيتان هما القطاعان العرضيان المتتاليان وطوله هو المسافة العمودية بين القطاعين .

وتستخدم هذه الطريقة عند تعيين كميات الحفر أو الردم فى المشروعات التى تمتد طولياً مثل مشروعات مد خطوط السكك الحديدية أو الطرق أو شق الترع والمصارف ... الخ .

ولإيجاد الحجم للأتربة بهذه الطريقة نتبع الآتى :

١ــ يرسم قطاع طولى يحدد سطح الأرض الطبيعية وسطح الإنشاء على محور المشروع وبذا يمكن تحديد مناطق الحفر والردم حسب ما إذا كان منسوب الإنشاء أعلى من سطح الأرض الطبيعية (ردم) أو منسوب الإنشاء أقل من سطح الأرض الطبيعية (حفر) .

٢ـ إذا ما كان هناك مناطق حفر وردم فى المشروع يحدد على القطاع الطولى النقط التى ينعدم فيها الحفر أو الردم (نقط إنفصال الحفر عن الردم) .

٣ـ من واقع القطاع الطولى تحدد إرتفاعات الحفر والردم عند النقط التى ستشكل عندها القطاعات العرضية فى الإتجاه العمودى على المحور .

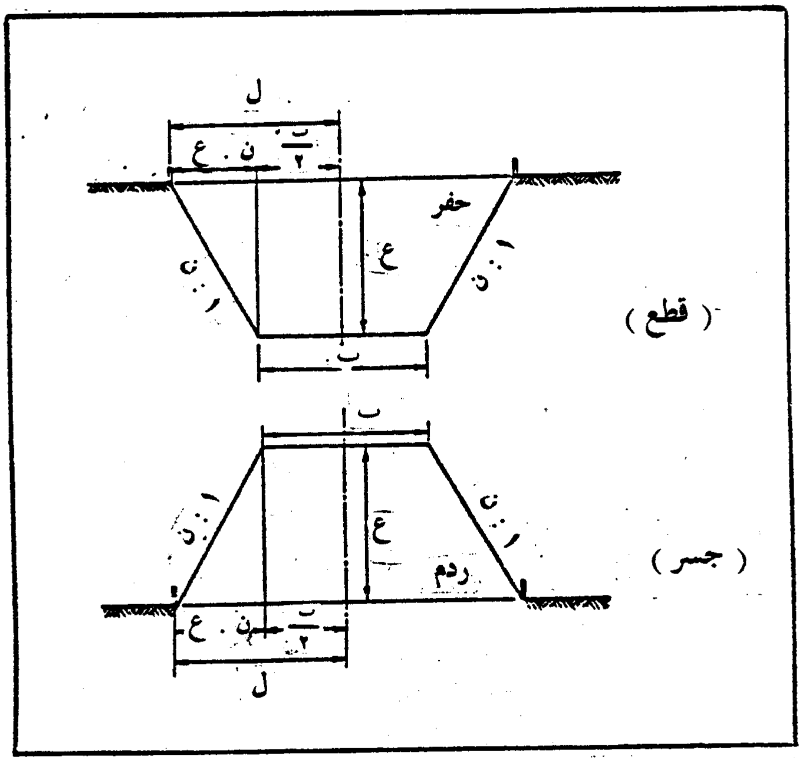
٤ـ يتم حساب مساحة كل قطاع عرضى وهى المساحة المحصورة بين سطح (أو أسطح) الإنشاء فى القطاع وسطح الأرض الطبيعية ، وهذه المساحة إما أن تكون لشكل غير منتظم عندما يكون سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور غير منتظم الشكل ، أو تكون لشكل منتظم تطبق عليه القوانين الرياضية الخاصة بحساب المساحات وإن كان هناك بعض الحالات التى تحتاج إلى معالجة خاصة ، وسوف سنبين ذلك تفصيلاً وبالأمثلة العددية فيما بعد .

٥ـ يتم حساب الحجم المحصور بين كل قطاعين متتاليين لكل من مناطق الحفر على حدة ومناطق الردم على حدة ، ويتم حساب كميات أتربة الحفر الكلية بتجميع الكميات المحصورة بين كل قطاعين عرضيين متتاليين ، وبالمثل يتبع لكميات أتربة الردم .

حساب مساحة القطاع العرضى

إن حساب مساحة القطاعات العرضية تتوقف على شكل هذا القطاع المحصور بين سطح الأرض الطبيعية وبين سطح الإنشاء وأسطح الميول الجانبية التى تنفذ لعدم إمكانية تنفيذ الحفر أو الردم بأسطح رأسية . وحسب شكل الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور يأخذ القطاع أحد أربع حالات :

١ـ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور أفقى شكل (٢٣٠) فيكون القطاع العرضى على شكل شبه منحرف قاعدتاه المتوازيتان هما سطح الإنشاء وسطح الأرض الطبيعية والضلعين الآخرين هما أسطح الميول الجانبية وإرتفاعه هو الفرق فى المنسوب بين سطح الإنشاء والأرض الطبيعية .



(شكل ٢٣٠)

٢ــ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور ينحدر بانتظام فى إتجاه واحد (شكل ٢٣١ ، شكل ٢٣٢) .

٣ــ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور ينحدر من المحور إما فى إتجاهين مختلفين أو فى إتجاه واحد بمقدارين مختلفين (شكل ٢٣٤ ، شكل ٢٣٥) .

٤ــ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور متغير المناسيب ولا يمثل إحدى الحالات السابقة (شكل ٢٣٦) .

٥ــ سطح الأرض الطبيعية يتقاطع مع سطح الإنشاء فى القطاع العرضى وبذا يكون هناك مناطق حفر وردم فى القطاع العرضى (شكل ٢٣٧) .

وسوف نبين لكل حالة كيفية حساب مساحة القطاع ونبين الأبعاد الضرورية عليه والتى نحتاج إليها عند تنفيذ المشروع .

١ ـ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور أفقى :

شكل (٢٣٠) يبين القطاع العرضى فى حالة الحفر (عمل قطع فى الأرض) وحالة الردم (إنشاء جسر) وفى الحالتين سنستعمل الرموز الآتية :

ب = عرض الإنشاء (عرض القطاع عند منسوب الإنشاء)

ع = إرتفاع القطاع (فرق المنسوب بين سطح الإنشاء والأرض الطبيعية)

١ : ن = الميل الجانبى للحفر أو الردم (١ رأسى ، ن أفقى)

ل = المسافة من المحور وحتى حدود القطاع اليسرى أو اليمنى (خط تقابل الأرض الطبيعية مع سطح الميل الجانبى)

ومن شكل (٢٣٠) نجد أن :

$$ل = \frac{ب}{٢} + ن . ع \qquad \text{... (١٠٣)}$$

$$المساحة = \frac{١}{٢} ع (ب + ٢ ل) \qquad \text{... (١٠٤)}$$

أو

$$المساحة = ع (ب + ن ع) \qquad \text{... (١٠٥)}$$

وإذا كانت الميول الجانبية مختلفة فى القطاع حيث الميل الجانبى الأيسر ١ : $ن_١$ والميل الجانبى الأيمن ١ : $ن_٢$ تكون المسافة من المحور إلى الحد الأيسر للقطاع مساوية $ل_١$ ، والمسافة من المحور إلى الحد الأيمن $ل_٢$ حيث :

$$ل_1 = \frac{ب}{٢} + ن_1 \cdot ع$$
$$ل_2 = \frac{ب}{٢} + ن_2 \cdot ع$$ ... (١٠٦)

وتكون المساحة مساوية :

$$المساحة = \frac{١}{٢} (ب + ل_1 + ل_2)$$
$$= ع [ب + \frac{ع}{٢} (ن_1 + ن_2)]$$ ... (١٠٧)

٢ ـ سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور ينحدر فى إتجاه واحد :

شكل (٢٣١) يبين هذه الحالة فى حالة الحفر وشكل (٢٣٢) يبين حالة الردم وفى الشكلين :

ب = عرض القطاع عند سطح الإنشاء

ع = إرتفاع القطاع عند المحور (إرتفاع الحفر أو الردم)

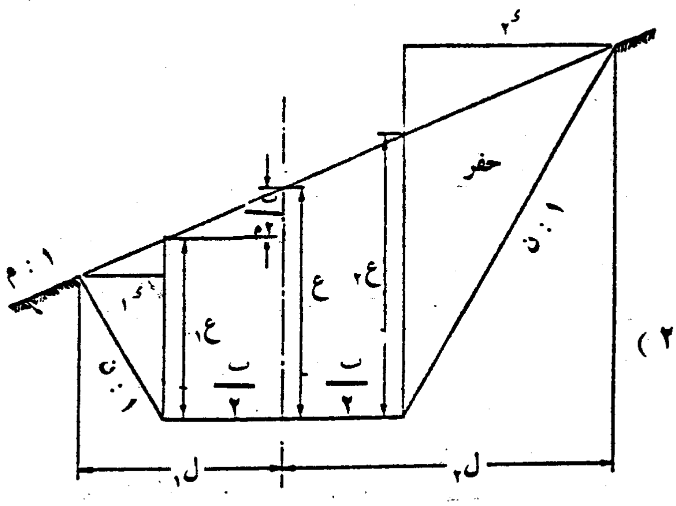
١ : ن = الميل الجانبى للحفر أو الردم (١ رأسى ، ن أفقى)

١ : م = ميل سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور

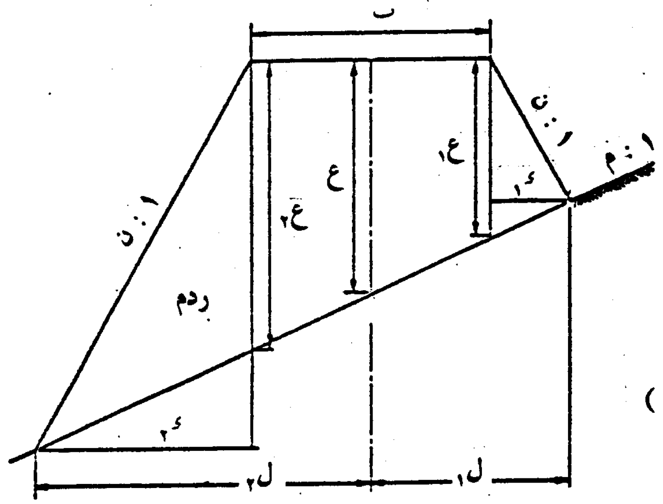
$ع_1$ ، $ع_2$ = الإرتفاعات من حدود سطح الإنشاء حتى سطح الأرض الطبيعية .

$ل_1$ ، $ل_2$ = المسافة من المحور حتى حدود القطاع من الجهتين

$ى_1$ ، $ى_2$ = المسافة العمودية من حدود القطاع حتى الإرتفاعات $ع_1$ ، $ع_2$



(شكل ٢٣١)



(شكل ٢٣٢)

ومن شكل (٢٣١) نجد أن :

$$ع_1 = ع - \frac{ب}{٢\,م} \qquad ... (١٠٨)$$

وبذلك يمكن حساب مساحة القطاع بإعتبارها مساوية لمساحة المثلث الأيسر ومساحة شبه المنحرف فى المنتصف ومساحة المثلث الأيمن وتكون مساوية :

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{١}{٢} \left(\text{ع}_{١} \,.\, \text{ى}_{١} + ٢\,\text{ع} \,.\, \text{ب} + \text{ع}_{٢} \,.\, \text{ى}_{٢} \right)$$

(١١٤) ...

وبالتعويض من المعادلات (١٠٨) حتى (١١١) فى المعادلة (١١٤) يمكن الحصول على المعادلة العامة لحساب مساحة القطاع فى هذه الحالة حيث :

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{\text{ن}\left(\text{ع}.\text{م}^{٢} + \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢} + \text{ب} \,.\, \text{ع} \,.\, \text{ن} \right)}{\text{م}^{٢} - \text{ن}^{٢}} + \text{ب} \,.\, \text{ع}$$

(١١٥) ...

ومن الواضح صعوبة إستخدام هذه المعادلة ، لذا من المستحسن حساب الأبعاد المختلفة من المعادلات (١٠٨ — ١١٣) وإستخدام ما يلزم من هذه الأبعاد للحصول على المساحة للقطاع بمثل ما اتبع فى المعادلة (١١٤) .

وفى حالة عدم تساوى الميول الجانبية اليسرى واليمنى بل كانت ١ : $\text{ن}_{١}$ ، ١ : $\text{ن}_{٢}$ فإن قيم $\text{ى}_{١}$ ، $\text{ى}_{٢}$ تصبح :

$$\text{ع}_{2} = \text{ع} + \frac{\text{ب}}{\text{٢ م}}$$ ... (١٠٩)

$$\text{ى}_{1} = \frac{\text{ع}_{1}}{\left(\frac{1}{\text{م}} + \frac{1}{\text{ن}}\right)}$$ ... (١١٠)

$$\text{ى}_{2} = \frac{\text{ع}_{2}}{\left(\frac{1}{\text{م}} - \frac{1}{\text{ن}}\right)}$$ ... (١١١)

وبذا يكون :

$$\text{ل}_{1} = \frac{\text{ب}}{2} + \text{ى}_{1}$$ ... (١١٢)

$$\text{ل}_{2} = \frac{\text{ب}}{2} + \text{ى}_{2}$$ ... (١١٣)

$$\text{ى}_{1} = \frac{\text{ع}_{1}}{\left(\frac{1}{\text{ن}_{1}} + \frac{1}{\text{م}}\right)} \quad \dots (116)$$

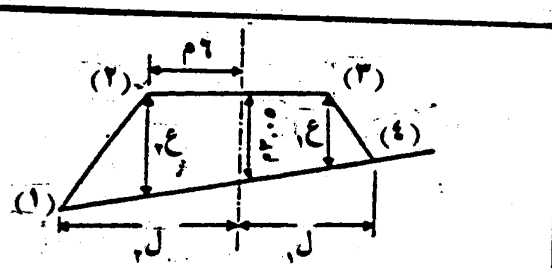
$$\text{ى}_{2} = \frac{\text{ع}_{2}}{\left(\frac{1}{\text{ن}_{2}} - \frac{\text{م}}{\text{م}}\right)} \quad \dots (117)$$

ويراعى ذلك عند حساب ل_1 ، ل_2 ومساحة القطاع .

وهناك طريقة عامة يمكن اللجوء إليها لحساب المساحة للقطاع بدون إستخدام المعادلات سنبينها فى حساب المساحة عندما يكون سطح الأرض الطبيعية له إنحدارين بدءاً من المحور فى الإتجاه العرضى .

مثال :

يراد إنشاء جسر بعرض ١٢ م وبالقطاع العرضى الموضح فلى شكل (٢٣٣) . عين الأبعاد الضرورية اللازمة لتنفيذ هذا القطاع إذا كانت الأرض الطبيعية تنحدر فى الإتجاه العمودى على المحور بمقدار ١ : ٢٠ والميول الجانبية للردم ١ : ٢ وإرتفاع القطاع ٣,٠٥ متر . إحسب أيضاً مساحة القطاع من هذه الأبعاد ومن المعادلة المباشرة .



(شكل ٢٣٣)

الحل :

$$\text{ع} = \text{٣,٠٥ م} \text{ ، } \text{ب} = \text{١٢,٠٠ م} \text{ ، } \text{ﻫ} = \text{٢} \text{ ، } \text{م} = \text{٢٠}$$

$$\text{ع}_{\text{١}} = \text{ع} - \frac{\text{ب}}{\text{٢م}} = \text{٣,٠٥} - \frac{\text{١٢}}{\text{٢} \times \text{٢٠}} = \text{٢,٧٥ م}$$

$$\text{ع}_{\text{٢}} = \text{ع} + \frac{\text{ب}}{\text{٢ م}} = \text{٣,٠٥} + \frac{\text{١٢}}{\text{٤٠}} = \text{٣,٣٥ م}$$

$$\text{ى}_{\text{١}} = \frac{\text{ع}_{\text{١}}}{\left(\frac{\text{١}}{\text{م}} + \frac{\text{١}}{\text{ن}}\right)} = \frac{\text{ع}_{\text{١}} \cdot \text{م} \cdot \text{ن}}{(\text{م} + \text{ن})}$$

$$= \frac{\text{٢,٧٥} \times \text{٢} \times \text{٢٠}}{(\text{٢} + \text{٢٠})} = \text{٥,٠٠ م}$$

$$\text{ى}_{\text{٢}} = \frac{\text{ع}_{\text{٢}} \cdot \text{م} \cdot \text{ن}}{(\text{م} - \text{ن})} = \frac{\text{٣,٣٥} \times \text{٢} \times \text{٢٠}}{(\text{٢٠} - \text{٢})} = \text{٧,٤٤ م}$$

$$\text{ل}_{\text{١}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢}} + \text{ى}_{\text{١}} = \text{٦,٠٠} + \text{٥,٠٠} = \text{١١,٠٠ م}$$

$$\text{ل}_{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢}} + \text{ى}_{\text{٢}} = \text{٦,٠٠} + \text{٧,٤٤} = \text{١٣,٤٤ م}$$

$$\text{المساحة} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} \left(\text{ع}_{\text{١}} \cdot \text{ى}_{\text{١}} + \text{٢ ب} \cdot \text{ع} + \text{ع}_{\text{٢}} \cdot \text{ى}_{\text{٢}} \right)$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{٢}} \left(\text{٢,٧٥} \times \text{٥,٠٠} + \text{٢} \times \text{١٢} \times \text{٣,٠٥} + \text{٣,٣٥} \times \text{٧,٤٤} \right)$$

$$= \text{٥٥,٩٤ م}^{\text{٢}}$$

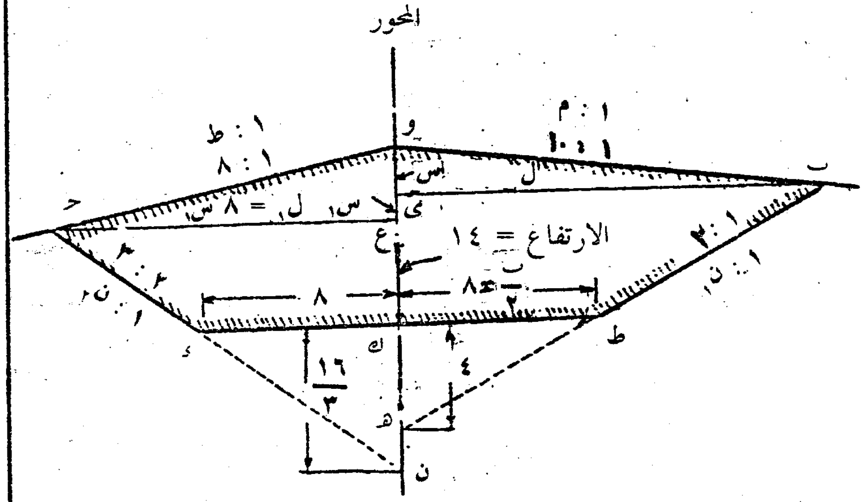
وبالتعويض المباشر فى المعادلة (١١٥) :

$$\text{المساحة} = \frac{\left[(\text{٣,٠٥} \times \text{٢٠})^{\text{٢}} + \left(\frac{\text{١٢}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}} + (\text{١٢} \times \text{٣,٠٥} \times \text{٢}) \right]^{\text{٢}}}{(\text{٢٠})^{\text{٢}} - (\text{٢})^{\text{٢}}} + \text{١٢,٠٠} \times \text{٣,٠٥}$$

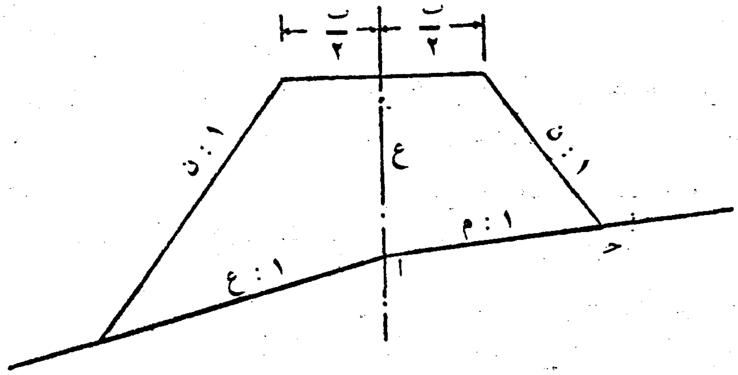
$$= \text{٥٥,٩٤ م}^{\text{٢}}$$

٣ ـــ سطح الأرض الطبيعية عبارة عن إنحدارين :

قد يكون سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور الطولى عبارة أن إنحدارين ١ : م ، ١ : ط كما هو مبين فى شكل (٢٢٤ ـــ حالة حفر) وفى شكل (٢٣٥ ـــ حالة ردم) .



(شكل ٢٣٤)



(شكل ٢٣٥)

ففى شكل (٢٣٤) سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العمودى على المحور الطولى ينحدر من الحد الأيسر إلى الحد الأيمن فى إتجاهين مختلفين وبمقدارين مختلفين (صعوداً حتى المحور بمقدار ١ : ط وهبوطاً من المحور حتى الحد الأيمن بمقدار ١ : م) . فى حين فى شكل (٢٣٥) سطح الأرض الطبيعية ينحدر من الحد الأيسر للقطاع وحتى الحد الأيمن بمقدارين مختلفين (١ : ط حتى المحور ، ١ : م من المحور إلى الحد الأيمن) ولكن الإنحدارين لهم نفس الإتجاه (صعود) . وشكل (٢٣٤) يمثل الحالة العامة حيث الميول الجانبية للحفر فى القطاع مختلفة (١ : $ن_١$ ، ١ : $ن_٢$) وفى الحقيقة يمكن إستنتاج معادلات لحساب أبعاد القطاع والمساحة بمثل ما اتبع فى الحالة السابقة إلا إننا سنقدم طريقة سهلة وبسيطة ممكن تناولها فى حساب مساحة أى قطاع عرضى فيه سطح الأرض الطبيعية مكون من مستوى منحدر واحد أو اثنين . وسنبين هذه الطريقة بالمثال الآتى :

مثال :

المطلوب حساب مساحة القطاع العرضى الموضح فى شكل (٢٣٤) حيث عرض الطريق المطلوب إنشاءه = ١٦ متر (عرض الإنشاء ب) وإرتفاع الحفر ع = ١٤ متر والميول الجانبية وميول سطح الأرض الطبيعية كما هى موضحة بالشكل .

الحـل :

فى الشكل اعتبرنا أن نقطة تقاطع المحور مع الأرض الطبيعية هى (و) ومع سطح الطريق (الإنشاء) هى (ك) وأن حدود عرض الطريق هما النقطتان (ط ، ى) وأن نهايات الميول الجانبية عند تقاطعها مع سطح الأرض الطبيعية هما (ب ، حـ) ولإتمام الحساب يتم إجراء العمل الآتى :

١ ــ نمد الخطين الممثلين للميول الجانبية إلى أن يلاقوا المحور فى النقطتين هـ ، ن على الترتيب (وهما لا يقابلان المحور فى نقطة واحدة لإختلاف الميلين الجانبيين) .

٢ ــ نسقط من (ب) عمود على المحور يلاقيه فى النقطة (ى) ،

ونسقط من (حـ) عمود على المحور يلاقيه فى النقطة (ع) ونرمز للعمود ب ى بالرمز (ل) وللعمود حـ ع بالرمز ($ل_1$) وللمسافتين و ى ، و ع بالرمزين (س) ، ($س_1$) .

٣ ــ لجزء القطاع إلى يمين المحور يتم التعامل مع المثلثات المكونة فى الشكل من إجراء العمل السابق مع مراعاة أن :

١ : $ن_1$ = ١ : ٢ ∴ $ن_1$ = ٢

١ : $ن_2$ = ٢ : ٣ ∴ $ن_2$ = $\frac{٣}{٢}$

١ : م = ١ : ١٠ ∴ م = ١٠

١ : ط = ١ : ٨ ∴ ط = ٨

من المثلث ب ى و :

$\frac{س}{ل} = \frac{١}{١٠}$

∴ ل = ١٠ س ... (أ)

من المثلث ك ط هـ :

$\frac{\overline{هـ ك}}{٨} = \frac{١}{٢}$ ∴ $\overline{هـ ك}$ = ٤,٠٠ متر

من المثلث ب ى هـ :

$\frac{\overline{ى هـ}}{ل} = \frac{١}{٢}$ ∴ ل = ٢ $\overline{ى هـ}$

∴ ل = ٢ (١٤ + ٤ ــ س) ... (ب)

من ا ، ب س = ٣,٠٠ متر

، ل = ٣٠,٠٠ متر

مساحة الجزء الأيمن من القطاع = مساحة المثلث ب و هـ − مساحة المثلث ط ك هـ

$$= \frac{1}{2} \times 30 \times (14 + 4) - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 254 \text{ م}^2$$

٤ ــ لجزء القطاع إلى يسار المحور وبالتعامل مع المثلثات به نجد أن :

$$\frac{\text{و ع}}{\text{ع حـ}} = \frac{1}{8} \qquad \boxed{\therefore \text{ل}_1 = 8 \text{ س}_1} \quad \dots (\text{حـ})$$

$$\frac{\text{ك ن}}{\text{ك ى}} = \frac{1}{(\frac{3}{2})} \qquad \therefore \text{ك ن} = \frac{8}{(\frac{3}{2})} = \frac{16}{3} \text{ متر}$$

$$\frac{\text{ع ن}}{\text{ع حـ}} = \frac{1}{(\frac{3}{2})} \qquad \therefore \frac{(14 + \frac{16}{3} - \text{س}_1)}{\text{ل}_1} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\therefore 2 \text{ ل}_1 = 3 \, (14 + \frac{16}{3} - \text{س}_1)} \quad \dots (\text{ى})$$

من (حـ) ، (ى)

$$\text{س}_1 = 3{,}05 \text{ متر}$$

$$\text{ل}_1 = 24{,}40 \text{ متر}$$

مساحة الجزء الأيسر من القطاع = مساحة المثلث و حـ ن − مساحة المثلث ك ن هـ

$$= \frac{1}{2} \times 24{,}4 \times (14 + \frac{16}{3}) - \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{16}{3}$$

$$= 214{,}5 \text{ م}^2$$

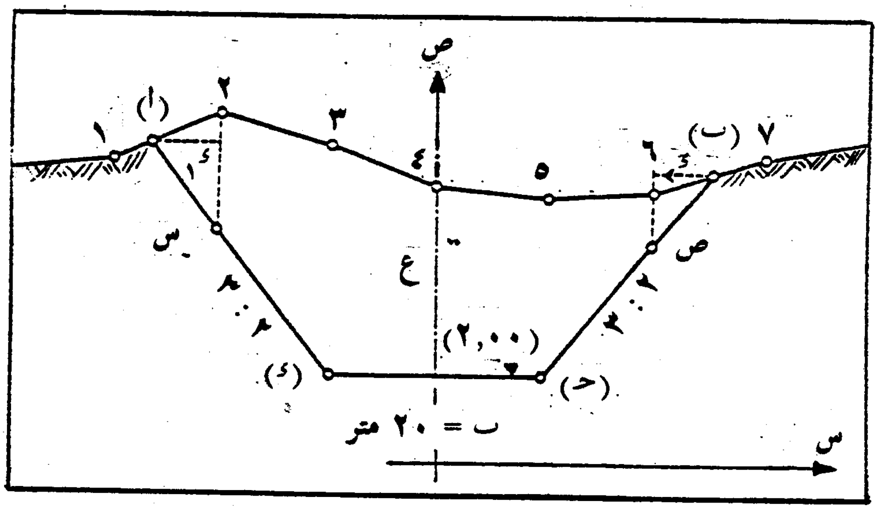
$$\therefore \text{مساحة القطاع} = 254{,}00 + 214{,}50 = 468{,}50 \text{ م}^2$$

وبهذه الطريقة يمكن إيجاد مساحة أى قطاع على أن نعالج الجزء الأيمن فيه والجزء الأيسر فيه كل على حده .

> **ملحوظة :** عند ذكر الميول كنسبة (١ : ن مثلاً) فإن الرقم الأول دائماً هو الرأسى والرقم الثانى هو الأفقى لأن هذه النسبة تعنى ظل الزاوية ، أى $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

٤ ــ سطح الأرض الطبيعية متغير المناسيب :

شكل (٢٣٦) يبين مثال لهذه الحالة ، لذا أجريت ميزانية عرضية لتحديد مناسيب نقط سطح الأرض الطبيعية فى الإتجاه العرضى ، وتم رسم القطاع العرضى وحدد عليه شكل سطح الإنشاء والميول الجانبية وإرتفاع القطاع (ع) . ولإيجاد مساحة مثل هذا القطاع تستخدم طريقة الأحداثيات فتحدد أحداثيات نقط القطاع المختلفة بالنسبة لمحورين متعامدين (عادة يأخذ الأفقى سطح الإنشاء أو أى سطح موازى له ، والرأسى عمودى عليه ومن الممكن أخذه محور القطاع) . وتحسب المساحة من المعادلة الخاصة بذلك . وسنبين ذلك بالمثال التالى :



(شكل ٢٣٦)

مثال :

أجريت ميزانية عرضية لتحديد شكل الأرض فى الإتجاه العمودى على محور إنشاء طريق بعرض ٢٠ متر فكانت مناسيب النقط كالتالى :

النقطة	مسافة (متر)		منسوب
	يسار المحور	يمين المحور	(متر)
١	٣٠		١٣,٤١
٢	٢٠		١٦,٠١
٣	١٠		١٤,٢٧
٤	صفر	صفر	١٢,٠٥
٥		١٠	١٠,٤٨
٦		٢٠	١١,٠٢
٧		٣٠	١٣,٠٤

فإذا كان منسوب سطح الإنشاء (٢,٠٠) والميول الجانبية ٢ : ٣ فالمطلوب رسم القطاع العرضى ثم حساب مساحته .

الحـل :

فى شكل (٢٣٦) تم رسم القطاع العرضى حيث النقط ١ ، ٢ ، .... ، ٧ ، تمثل النقط على سطح الأرض الطبيعية ، النقط (حـ) ، (ء) تمثل حدود سطح الإنشاء بعرض ٢٠,٠٠ متر ، الخط حـ ب يمثل الميل الجانبى الأيمن الذى يتقاطع مع سطح الأرض الطبيعية فى نقطة (ب) ، والخط أء يمثل الميل الجانبى الأيسر والذى يتقاطع مع سطح الأرض فى النقطة (أ) . وواضح من الشكل أن القطاع قطاع حفر حيث مناسيب سطح الأرض الطبيعية أعلى

من منسوب سطح الإنشاء ، وإرتفاع الحفر عند المحور (ع) يساوى ١٠,٠٥ متر . ولحساب المساحة أختير محوران الأول س هو منسوب سطح المقارنة والثانى ص العمودى عليه هو محور القطاع ، ولكل نقطة من النقط الواقعة على محيط القطاع يتم حساب الأحداثيات بالنسبة لهذين المحورين . فعلى سبيل المثال أحداثيات النقطة (٢) تكون مساوية (ـــ ٢٠,٠٠ ، + ١٦,٠١) وللنقطة (ى) تكون (ـــ ١٠,٠٠ ، + ٢,٠٠) وهكذا كما هو مبين فى الجدول التالى . ونلاحظ أن أحداثيات النقطتين ا،ب تحتاج إلى حساب نظراً لأن هاتين النقطتين تقاطع الميل الجانبى مع سطح الأرض الطبيعية لذا نستعين بالنقطة س (مسقط النقطة ٢ على سطح الميل الجانبى الأيسر) والنقطة ص' (مسقط النقطة ٦ على الميل الجانبى الأيمن) ونحدد مناسيبهم للإستعانة بهم فى تحديد المسافات ى١ ، ى٢ كما يلى :

منسوب (س) = ٢,٠٠ + ١٠,٠٠ × $\frac{٢}{٣}$ = ٨,٦٦٦ متر

إنحدار الخط (ا) ـــ ٢ = انحدار ١ـــ٢ = (١٦,٠١ـــ١٣,٤١) : ١٠

= ١ : ٣,٨٤٦

المسافة الرأسية (س ـــ ٢) = ١٦,٠١ ـــ ٨,٦٦٦ = ٧,٣٤٤ متر

∴ المسافة ى١ = $\frac{٧,٣٤٤}{\left(\frac{١}{١,٥} + \frac{١}{٣,٨٤٦}\right)}$ = ٧,٩٢٥ متر

(راجع المعادلة ١١٠)

∴ أحداثيات نقطة (ا) هى :

س ا = ـــ ٢٠,٠٠ ـــ ٧,٩٢٥ = ـــ٢٧,٩٢٥ متر

ص ا = ٨,٦٦٦ + ٧,٩٢٥ × $\frac{٢}{٣}$ = +١٣,٩٥٠ متر

وبالمثل :

منسوب ص = منسوب س = ٨,٦٦٦ متر

إنحدار ٦ ـــ (ب) = إنحدار ٦ـــ٧ = (١٣,٠٤ـــ١١,٠٢) : ١٠

= ١ : ٤,٩٥٠

المسافة الرأسية (ص−٦) = ١١,٠٢ − ٨,٦٦٦ = ٢,٣٥٣ متر

من المعادلة (١١١) :

$$\therefore \quad \text{ى}_{\text{٢}} = \frac{\text{٢,٣٥٣}}{\left(\frac{\text{١}}{\text{١,٥٠}} - \frac{\text{١}}{\text{٤,٩٥}}\right)} = \text{٥,٠٦٤ متر}$$

∴ أحداثيات نقطة (ب) هى :

$\text{س}_{\text{ب}}$ = + ٢٥,٠٦٤

$$\text{ص}_{\text{ب}} = \text{٨,٦٦٦} + \text{٥,٠٦٤} \times \frac{\text{٢}}{\text{٣}} = + \text{١٢,٠٤٣}$$

والجدول يبين احداثيات نقط القطاع المختلفة :

النقطة	س	ص
(أ)	− ٢٧,٩٢٥	+ ١٣,٩٥٠
٢	− ٢٠,٠٠	+ ١٦,٠١
٣	− ١٠,٠٠	+ ١٤,٢٧
٤	صفر	+ ١٢,٠٥
٥	+ ١٠,٠٠	+ ١٠,٤٨
٦	+ ٢٠,٠٠	+ ١١,٠٢
(ب)	+ ٢٥,٠٦٤	+ ١٢,٠٤٣
(حـ)	+ ١٠,٠٠	+ ٢,٠٠
(ى)	− ١٠,٠٠	+ ٢,٠٠

وباستخدام معادلة حساب المساحة من الأحداثيات :

مساحة القطاع = ٣٩١,٥٧ $\text{م}^{\text{٢}}$

ملحوظة :

يمكن استخدام هذه الطريقة لحساب مساحة أى قطاع عرضى فى جميع الحالات التى يكون عليها شكل الأرض فى الإتجاه العمودى على المحور .

مثال :

إحسب مساحة القطاع الموضح فى شكل (٢٣٣) مستخدماً طريقة الأحداثيات إذا كان منسوب سطح الإنشاء (+ ١٠,٠٠) .

الحل :

من شكل (٢٣٣) منسوب نقط (٢) ، (٣) هو منسوب سطح الإنشاء أى (+ ١٠,٠٠)

∴ منسوب (١) = منسوب (٢) — $ع_{٢}$ — $ى_{٢}$ × $\frac{١}{م}$

= ١٠,٠٠ — ٣,٣٥ — $\frac{٧,٤٤}{٢٠}$ = ٦,٢٧٨ متر

، منسوب (٤) = منسوب (٣) — $ع_{١}$ + $ى_{١}$ × $\frac{١}{م}$

= ١٠,٠٠ — ٢,٧٥ + $\frac{٥}{٢٠}$ = ٧,٥ متر

وبذا تكون احداثيات النقط باعتبار المحورين هما مستوى المقارنة ومحور القطاع كما يلى :

النقطة	س	ص
(١)	— $ل_{٢}$ = — ١٣,٤٤	+ ٦,٢٧٨
(٢)	— ٦,٠٠	+ ١٠,٠٠
(٣)	+ ٦,٠٠	+ ١٠,٠٠
(٤)	+ $ل_{١}$ = + ١١,٠٠	+ ٧,٥٠

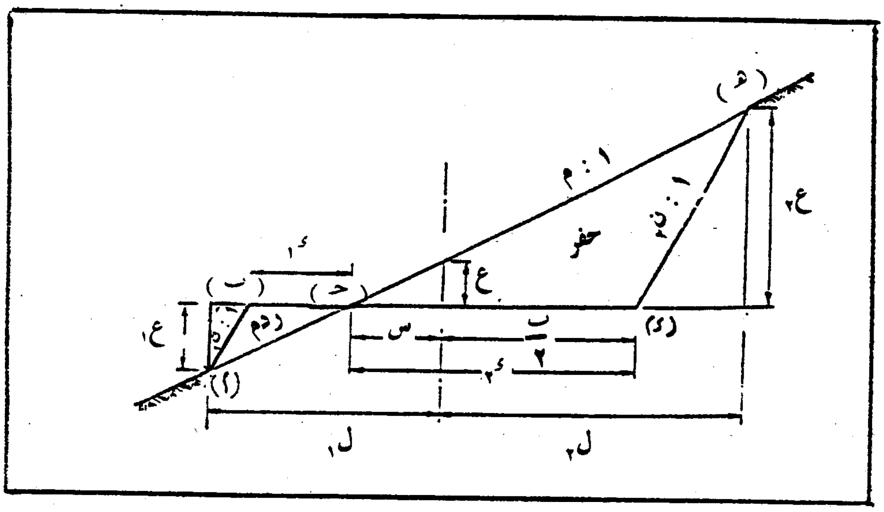
وبذا تكون المساحة مساوية :

$$\text{المساحة} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ١٣,٤٤- & & ١١,٠٠+ & & ٦,٠٠+ & & ٦,٠٠- & & ١٣,٤٤- \\ & \times & & \times & & \times & & \times & \\ ٦,٢٧٨+ & & ٧,٥٠+ & & ١٠,٠٠+ & & ١٠,٠٠+ & & ٦,٢٧٨+ \end{bmatrix}$$

$$= ٥٥,٩٣٧ \text{ م}^٢$$

٥ ــ وجود مناطق حفر وردم فى القطاع العرضى :

شكل (٢٣٧) يبين قطاع عرضى مأخوذ فى الإتجاه العمودى على المحور الطولى للمشروع ، ونلاحظ أن سطح الأرض ينحدر فى إتجاه واحد ويتقاطع مع سطح الإنشاء فى النقطة (حـ) وبذا تكون هناك منطقتين فى القطاع ، اليسرى ابحـ منطقة ردم ، واليمنى حـءهـ منطقة حفر ، ولقد إستخدمنا فى شكل (٢٣٧) الرموز التالية :



(شكل ٢٣٧)

ب = عرض الإنشاء (عرض الطريق)

ع = الفرق بين منسوب سطح الأرض الطبيعية وسطح الإنشاء عند المحور

١ : $ن_١$ = الميول الجانبية للردم ، ١ : $ن_٢$ = الميول الجانبية للحفر

١ : م = ميل سطح الأرض الطبيعية

$ى_1$ = بعد نقطة تقاطع سطح الأرض والإنشاء عن الجانب الأيسر للطريق

$ى_2$ = بعد نقطة تقاطع سطح الأرض والإنشاء عن الجانب الأيمن للطريق

$ع_1$ = إرتفاع قطاع الردم

$ع_2$ = إرتفاع قطاع الحفر

س = بعد نقطة تقاطع سطح الأرض والإنشاء عن المحور

$ل_1$ = بعد حدود الردم عن المحور

$ل_2$ = بعد حدود الحفر عن المحور

ولحساب أبعاد الشكل والمساحات نتبع الآتى :

$$س = ع \cdot م$$

$$ى_1 = \frac{ب}{2} - س = \frac{ب}{2} - ع \cdot م$$

$$ى_2 = \frac{ب}{2} + س = \frac{ب}{2} + ع \cdot م$$

$$ع_1 = \frac{ى_1}{(م - ن_1)} \quad \dots (118)$$

$$ع_2 = \frac{ى_2}{(م - ن_2)} \quad \dots (119)$$

$$ل_1 = \frac{ب}{2} + ن_1 \cdot ع_1 \quad \dots (120)$$

$$\text{ل}_{٢} = \frac{\text{ب}}{٢} + \text{ن}_{٢} \cdot \text{ع}_{٢} \qquad \ldots (١٢١)$$

$$\text{مساحة قطاع الردم} = \frac{١}{٢}\, \text{ع}_{١}\, \text{ى}_{١} = \frac{\left(\frac{\text{ب}}{٢} - \text{م ع}\right)^{٢}}{٢\,(\text{م} - \text{ن}_{١})} \qquad \ldots (١٢٢)$$

$$\text{مساحة قطاع الحفر} = \frac{١}{٢}\, \text{ع}_{٢} \cdot \text{ى}_{٢} = \frac{\left(\frac{\text{ب}}{٢} + \text{م ع}\right)^{٢}}{٢\,(\text{م} - \text{ن}_{٢})} \qquad \ldots (١٢٣)$$

والمعادلتان (١٢٢) ، (١٢٣) محسوبة على أساس أن الإرتفاع (ع) سالب بالنسبة لسطح الأرض الطبيعية ، أما إذا كانت (ع) موجبة أى أن سطح الإنشاء أعلى من سطح الأرض الطبيعية عند المحور فتصبح معادلتى المساحة كالتالى :

$$\text{مساحة قطاع الردم} = \frac{\left(\frac{\text{ب}}{٢} + \text{م ع}\right)^{٢}}{٢\,(\text{م} - \text{ن}_{١})} \qquad \ldots (١٢٤)$$

$$\text{مساحة قطاع الحفر} = \frac{\left(\frac{ب}{٢} - م\,ع\right)^{٢}}{٢\,(م - ن_{٢})} \quad \ldots (١٢٥)$$

حالة خاصة : إذا كانت ع = صفر ، $ن_{١}$ = $ن_{٢}$ فإن :

$$\text{مساحة قطاع الحفر} = \text{مساحة قطاع الردم} = \frac{ب^{٢}}{٨(م - ن)} \quad \ldots (١٢٦)$$

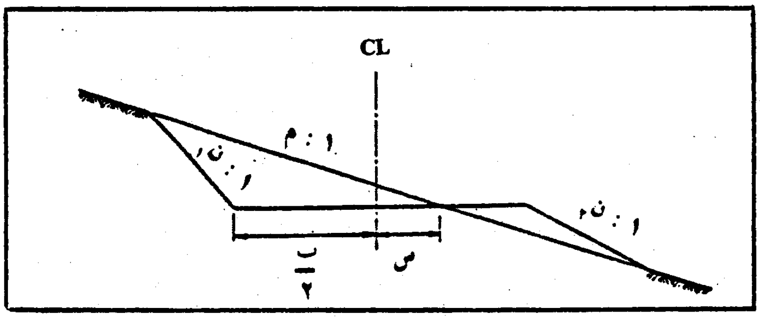
مثال :

يراد إنشاء طريق على جانب تل بعرض ٧,٣٠ م وبميول جانبية فى الحفر ١ : ١ وفى الردم ١ : ٢ . فإذا كان سطح الأرض الطبيعية للتل ينحدر فى الإتجاه العمودى على المحور بمقدار ١ : ١١,٥٥ فالمطلوب :

١ــ تحديد منسوب سطح الإنشاء بحيث تكون أتربة الحفر مساوية أتربة الردم علماً بأن منسوب الأرض الطبيعية = ٧٩,٣٤ متر.

٢ــ أبعاد القطاع ومساحة الحفر فى القطاع .

الحل :



(شكل ٢٣٨)

فى شكل (٢٣٨) لكى تكون أتربة الحفر مساوية لأتربة الردم فإن :

$$\frac{(\frac{ب}{٢} - م \cdot ع)^٢}{٢ (م - ن_١)} = \frac{(\frac{ب}{٢} + م \cdot ع)^٢}{٢ (م - ن_٢)}$$

حيث : ب = ٧,٣٠ متر

$ن_١$ = ١

$ن_٢$ = ٢

م = ١١,٥٥

وبالتعويض :

$$\therefore \frac{(٣,٦٥ - ١١,٥٥ ع)^٢}{٢ (١١,٥٥ - ١)} = \frac{(٣,٦٥ + ١١,٥٥ ع)^٢}{٢ (١١,٥٥ - ٢)}$$

ومنها ع = ــ ٠,٠٠٧٩ م (أى أن سطح الإنشاء أسفل الأرض الطبيعية)

∴ منسوب سطح الإنشاء = ٧٩,٣٤ ــ ٠,٠٠٧٩ = ٧٩,٣٣٢ متر

س = م ع = ١١,٥٥ × ٠,٠٠٧٩ = ٠,٠٩١ متر

عرض الحفر = ٣,٦٥ + ٠,٠٩ = ٣,٧٤ متر

$$مساحة\ الحفر = \frac{(٣,٧٤)^٢}{٢ (١١,٥٥-١)} = ٠,٦٦\ م^٢$$

طرق إيجاد الحجوم من مساحات القطاعات

أولاً : طريقة المساحة المتوسطة للقطاعات :

لإيجاد حجم جسم معلوم مساحات قطاعاته العرضية المختلفة نفرض أن

مساحات القطاعات = $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ ... $س_{ن+١}$
(شكل ٢٣٩)

المسافة بين كل قطاعين متتاليين = ع
عدد الأقسام = ن

$$\text{الحجم} = ع\ ن\ .\ \frac{س_{١} + س_{٢} + \cdots + س_{ن+١}}{ن + ١} \quad \ldots (١٢٧)$$

تعتبر هذه الطريقة أقل الطرق دقة ويزداد خطؤها كلما كانت الفروقات بين المساحات كبيرة . وهى تستعمل فى التقدير المبدئى والأعمال التقريبية التمهيدية .

ثانياً : طريقة متوسط القاعدتين : (End Averaged Area Method) :

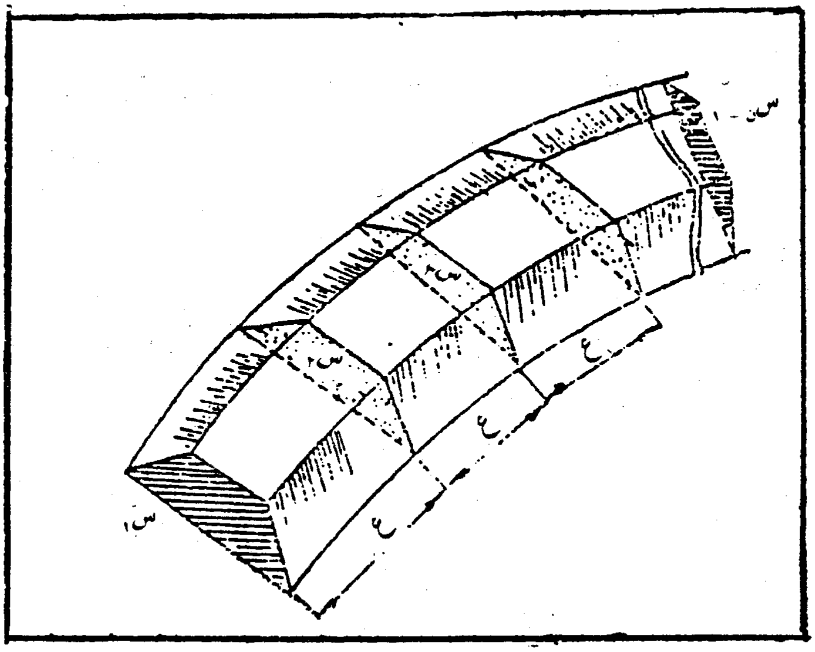
حجم أى جسم محصور بين أى قطاعين متتاليين = $\frac{١}{٢}$ ($س_{١}$ + $س_{٢}$) . ع

حيث $س_{١}$ ، $س_{٣}$ مساحتا قاعدتى الجسم
ع = المسافة بين القطاعين

وإذا كان الجسم مكوناً من عدة قطاعات (شكل ٢٣٩) على أبعاد متساوية (ع) فإن :

الحجم المحصور بين القطاع الأول والثانى سيكون $ح_{١}$ مساوياً

$$ح_{١} = \frac{ع}{٢} (س_{١} + س_{٢})$$



(شكل ٢٣٩)

وبالمثل وبإعتبار أن الحجم المحصور بين القطاعين الثانى والثالث $ح_٢$ والثالث والرابع $ح_٣$ ... وهكذا ، فإن :

$$ح_٢ = \frac{س_٢ + س_٣}{٢} . ع ، ح_٣ = \frac{س_٣ + س_٤}{٢} . ع ، ح_٤ = ...$$

وعلى ذلك يكون الحجم الكلى (ح) مساوياً

$$ح = ح_١ + ح_٢ + ح_٣ + ...$$

$$= \frac{ع}{٢} (س_١ + س_٢) + \frac{ع}{٢} (س_٢ + س_٣) + \frac{ع}{٢} (س_٣ + س_٤) + ...$$

$$\therefore \text{الحجم الكلى} = \frac{ع}{٢} [س_١ + ٢ س_٢ + ٢ س_٣ + ٢ س_٤ + ... + س_هـ]$$

∴ الحجم الكلى = $\frac{ع}{٢}$ [مساحة القطاع الأول + مساحة القطاع الأخير + ضعف مساحة القطاعات الباقية]

... (١٢٨)

وهذا القانون يشبه قانون أشباه المنحرفات فى إيجاد المساحات .

ثالثاً : طريقة المنشور المجسم Prismoidal Formula :

فى شكل (٢٣٩) الحجم المحصور بين القطاع الأول والثالث بإستخدام طريقة المنشور المجسم ـ وبإعتبار أن القطاع الثانى هو القطاع الأوسط ـ يكون مساوياً :

$$ح_{١-٣} = \frac{٢ ع}{٦} (س_{١} + ٤ س_{٢} + س_{٣})$$

وبالمثل الحجم المحصور بين القطاع الثالث والخامس يكون مساوياً :

$$ح_{٣-٥} = \frac{ع}{٣} (س_{٣} + ٤ س_{٤} + س_{٥})$$

وعلى ذلك يكون الحجم الكلى المحصور بين القطاعين الأول والخامس مساوياً :

$$ح = \frac{ع}{٣} (س_{١} + ٤ س_{٢} + ٢ س_{٣} + ٤ س_{٤} + س_{٥})$$

وبذا يمكن كتابة معادلة عامة للحصول على الحجم المحصور بين القطاعات المتوازية والمحسوب بطريقة المنشور المجسم كالتالى :

الحجم الكلي = $\frac{ع}{٣}$ [مساحة القطاع الأول + مساحة القطاع الأخير + ضعف مساحات القطاعات الفردية + أربعة أمثال مساحات القطاعات الزوجية]

... (١٢٩)

وهذه القاعدة شبيهة بقاعدة سمسون لحساب المساحات ، ويراعي عند تطبيق المعادلة (١٢٩) أن يكون عدد المسافات بين القطاعات زوجياً (أى عدد القطاعات فردياً) ، أما إذا كان عدد الأقسام فردياً فنأتى بحجم أحد الأقسام المتطرفة وحده بأى طريقة كانت ثم نطبق المعادلة على باقى الأقسام .

مقارنة بين جسم من الأتربة فى الطبيعة والمنشور المجسم :

١ ــ القطاعان العرضيان عند طرفى جسم من الأتربة فى الطبيعة يقابلان قاعدتى المنشور المجسم المتوازيتين بإعتبار أن محور الأنشاء خطا مستقيم ، لأن القطاعات العرضية تؤخذ عمودية على المحور وبذا يكونان متوازيين . أما إذا كان المحور منحنياً أو متكسراً فإن القطاعات تكون قطرية . وعلى العموم يمكن أن نهمل الخطأ الناشىء فى الأحوال العادية .

٢ ــ السطح الجانبى فى المنشور المجسم يجب أن يكون مكونا من مستقيمات تصل القاعدتين . والجسم فى الطبيعة تكون أوجهه ناحية الإنشاء غالباً خطوط مستقيمة مثل الجانب والسطح والقاع ، أما ناحية سطح الأرض الطبيعية فإنها عادة لا تكون خطوط مستقيمة ، وإن كان هذا يمكن تلافيه تقريباً بأخذ القطاعات العرضية عند النقط التى تتغير فيها طبيعة الأرض .

وعلى الرغم من أن الجسم الذى يراد حساب حجمه قد يختلف كثيرا عن المنشور إلا أنه يمكن إعتبار معادلته كافية وصحيحة من الناحية العملية .

مقارنة بين طريقة المنشور المجسم وطريقة متوسط القاعدتين عند حساب الكميات للأتربة :

١ ــ يقل الفرق فى الحجم المحسوب بين طريقتى المنشور المجسم وطريقة متوسط القاعدتين بتقارب المساحات ويزداد كلما كان الفرق كبيرا ، ونظرا لطول المسافة بين كل قطاعين متتاليين فى الطبيعة وتقارب مساحتى القطاعين غالبا من بعض فيمكن أن نعتبر طريقة متوسط القاعدتين كافية من الناحية العملية فى حساب مكعبات الأتربة فى الأحوال العادية ، وذلك لتبسيط العمليات الحسابية فيها كما أن الدقة الكبيرة فى حساب كميات الأتربة كثيرا ما تكون غير ذى موضوع كما فى حالة الجسور والطرق والترع .

٢ ــ طريقة المنشور المجسم تعطى الحجم الحقيقى المضبوط للجسم ، ما دام مستوفياً شروط المنشور المجسم ، إلا أنها من ناحية إستعمالها لإيجاد مكعبات الأتربة لا يوجد ما يبرر إستعمالها إلا فى الأحوال الدقيقة والمشروعات الكبرى وعندما يكون تكاليف حفر المتر المكعب الواحد غالباً كبيرة كحالة حفر الصخور . كما أنه يحسن جدا إستعمالها فى الأحوال الآتية :

أ ــ عندما تكون القطاعات العرضية مشكلة على فترات قصيرة .

ب ــ عندما تكون مساحة كل قطاع يساوى أو تزيد عن ضعف مساحة القطاع الذى يليه .

حـ ــ فى الأعمال الدقيقة وحساب المكعبات النهائية فى المشروعات الكبيرة .

ء ــ فى المبانى ومكعبات الخرسانة لغلو ثمنها .

فى حالة المبانى كما ذكرنا ، يفضل جداً إستعمال طريقة المنشور المجسم ،

إذ كقاعدة عامة تعطى طريقة متوسط القاعدتين المتطرفتين حجما أكبر من طريقة المنشور المجسم ولذلك يتبع معظم المقاولين طريقة متوسط القاعدتين للتحايل والحصول على مكعبات أكبر فى صالحهم .

وفيما يلى معادلات تبين فروق الحجم بالطريقتين :

أ ــ فى حالة القطاعات المستوية :

نفرض أن $ع_1$ ، $ع_2$ ارتفاعا القاعدتين ، والميول الجانبية ١ : ن ، المسافات بين القاعدتين = ع .

الفرق بين الحجم بين طريقة متوسط القاعدتين والمنشور المجسم

$$= \text{التصحيح} = ح = \frac{ع}{٦} ن \left(ع_1 - ع_2 \right) \quad \ldots (١٣٠)$$

والفرق موجب دائماً أى أن طريقة متوسط القاعدتين تعطى دائماً حجماً أكبر بالمقدار المبين .

ب ــ فى حالة القطاعات ذات الميول العرضية :

$$\text{التصحيح} = ح = \frac{ع}{٦} . \frac{م^2}{\left(م^2 - ن^2 \right)} . ن \left(ع_1 - ع_2 \right)^2 \quad \ldots (١٣١)$$

مكعبات الطمى فى تطهير الترع :

عندما يرسب الطمى فى الترع يغير شكلها الأصلى فيرفع القاع ويضيق مجراها ويجب عندئذ إعادتها إلى شكلها التصميمى وتحسب كميات الأتربة أو الطمى الذى سيرفع فتأخذ مناسيب قاعها وجوانبها كما سبق فى الميزانية ونرسمها ونعين الزيادة فى مساحة المقطع ثم نضرب الزيادة فى الطول المطلوب تطهيره فتنتج كميات الطمى . وقد دلت التجارب على أن الطول المناسب الذى يمكن بعده إعتبار القطاع العرضى قد تغير من مكان إلى آخر هو ٢٠٠ متر تقريبا .

لذلك تعمل ميزانية القطاعات كل ٢٠٠ متر وفى المنحنيات تقل هذه المسافة حسب درجة الإنحناء وفى الترع الضيقة تؤخذ الجسات من رجل يحمل قامة ، أما فى الترع الكبيرة فيستعان بقارب فيه شخص يحمل القامة لتعيين الجسات .

وعندما تريد وزارة الرى تطهير الترع تتبع الطريقة السالفة . وعلى المقاول أن يطهر كميات الطمى حتى تطابق شكل الأورنيك المحسوب على أساسه كميات الطمى . ويوضع الطمى المزال من عملية التطهير على جانبى الترعة وعلى مهندس الوزارة أن يحقق عمل المقاول بمطابقة الأورنيك على عدة قطاعات متفرقة ويحقق بالميزانية أبعاد القطاعات على أورنيك التصميم ، فأى زيادة فى الحفر لا تحسب فى صالح المقاول وأى نقص عليه أن يكمله فإذا تم التحقيق يحاسب المقاول على أساس الكميات الحقيقية المزالة وهذه الكميات تحسب على أساس أن الطمى المزال والموضوع على جانبى الترعة مقطعه عبارة عن قطع مكافىء فيكون الحجم :

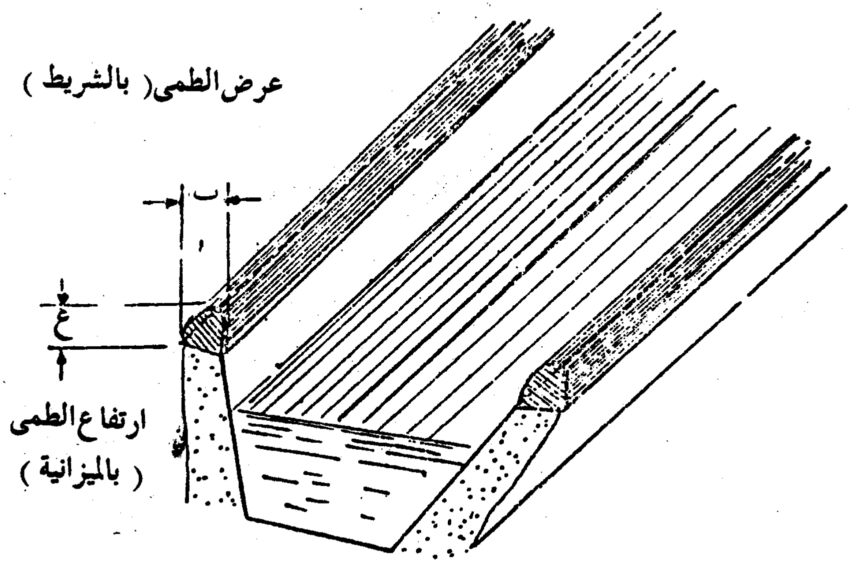
الحجم = Σ متوسط مساحة القطع المكافىء لقطاعين متتاليين × المسافة العمودية بينهما

وشكل (٢٤٠) يبين قطاع الترعة والطمى على الجوانب وكيفية تحديد عرض وإرتفاع الطمى ويجب أن نرسم القطاعات العرضية على ورق المربعات بمقياس ١ : ١٠٠ أو ١ : ٢٠٠ مثلاً ويوضع المحور ويكتب عليه منسوب سطح الأرض كما فى شكل (٢٤١) .

مثال :

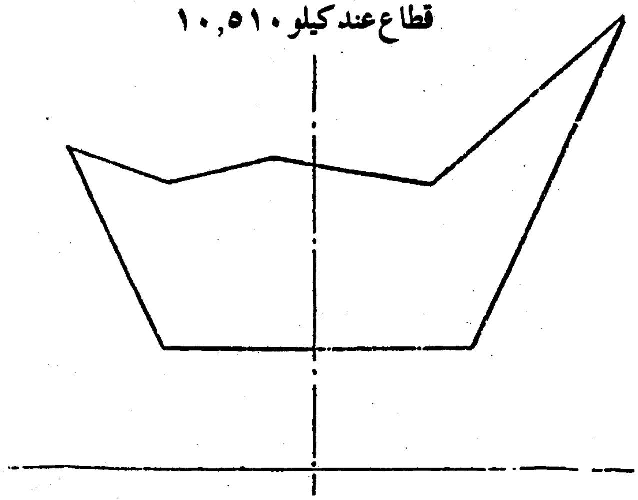
أخذت القراءات التالية (المسافات والمناسيب) المبينة فى الجدول شكل (٢٤٢) فى ميزانية لقطاع ١٤ عند الكيلو ٧ لترعة المحمودية ـــ أوجد مكعبات التطهير لمسافة ٢٠٠ م حسب الأورنيك .

عرض القاع = ٤ م　　منسوب القاع = ١٥,٠٠ م
الميول الجانبية = ١ : ١　　مسافة صفر ـــ زراعة يمنى
المحور عند مسافة ٦ م
المقياس الأفقى ١ : ١٠٠٠ والمقياس الرأسى ١ : ٥٠

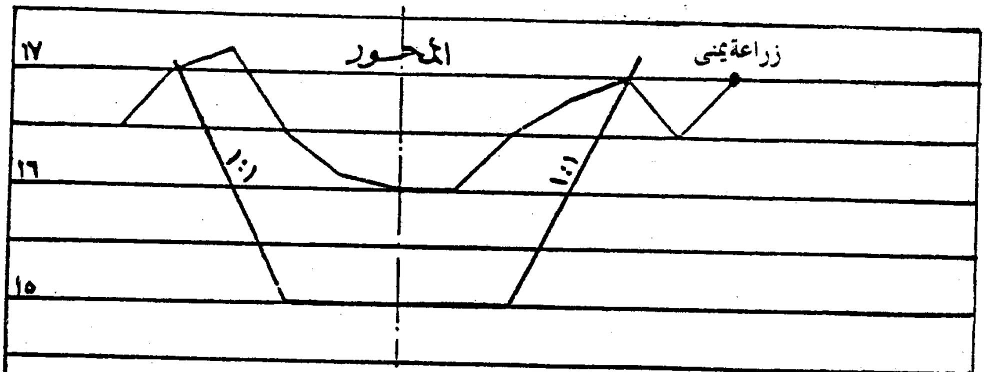


(شكل ٢٤٠)

قطاع عند كيلو ١٠,٥١٠



(شكل ٢٤١)



منسوب المقارنة (١٤,٥٠)													
المسافة(م)	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
مناسيب	١٧	١٦,٥	١٧	١٦,٨	١٦,٥	١٦	١٦	١٦,٢	١٦,٥	١٧,٢	١٧		
منسوب الأرنيك			١٧	١٦	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥	١٦	١٧		
ارتفاع الحفر			صفر	٠,٨	١,٥	١,٠	١,٠	١,٢	١,٥	١,٢	صفر		
المساحة	= ١/٢ [٠٠ + ٠٠ + ٢ (٠,٨ + ١,٥ + ١ + ١ + ١,٢ + ١,٥ + ١,٢)] = ٤,١												
الحجم(م٣)	= ٤,١ × ٢٠٠ = ٨٢٠												

(شكل ٢٤٢)

ملاحظات هامة :

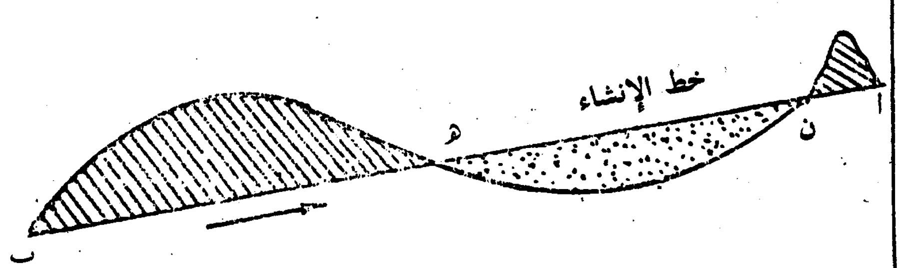
يجب أن يلاحظ عند رسم الميول الجانبية للأورنيك إختلاف مقياس الرسم الأفقى عن المقياس الرأسى فمثلاً إذا أردنا رسم ميل ١ : ١ نأخذ المسافة الأفقية تساوى المسافة الرأسية ولكن كل منها حسب مقياس رسمها وبذا فإن الخط الذى ميله ١ : ١ لا يرسم بزاوية ٤٥ درجة ويجب ملاحظة ذلك جيداً إذا أننا أحيانا نقيس من الرسم مباشرة بعض المسافات والإرتفاعات التى تتطلب حسابات كثيرة فإذا كان الخط مرسوم خطأ يترتب عليه أخطاء فى القياس .

وعند حساب مساحة كل قطاع بواسطة البلانيمتر يجب أن يكون مقياس الرسم الأفقى مساوياً مقياس الرسم الرأسى .

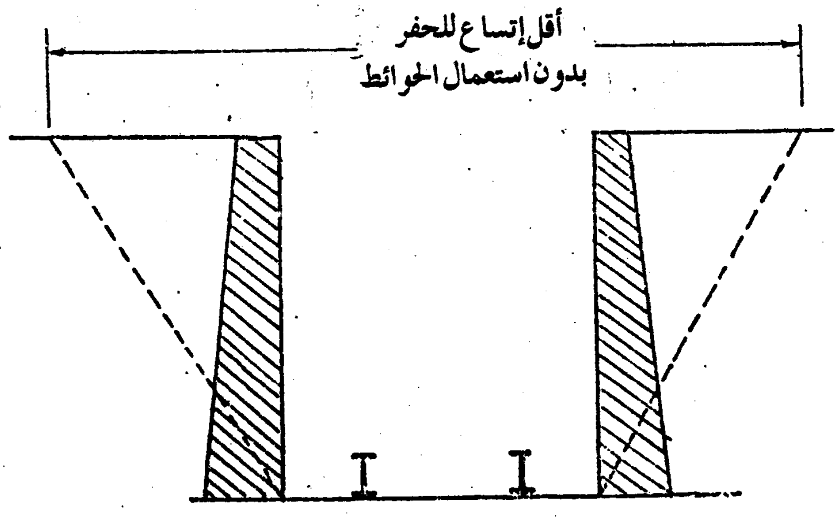
كميات الحفر والردم فى الطرق والسكك الحديدية والجسور :

لعمل طريق بين موقعين (ا،ب) شكل (٢٤٣) حيث يوجد بينهما مرتفعات ومنخفضات يمكن أن يتبع الطريق المرتفعات والمنخفضات ولا يكون هناك حفر أو ردم تقريبا كما هى الحال فى أجزاء من طريق مصر — اسكندرية الصحراوى أما فى خطوط السكك الحديدية مثلا فلا يمكن أن يتبع الخط ميل الأرض ، بل يجب أن يكون مستقيما بإنحدار واحد أو بعدة إنحدارات منتظمة حسب طبيعة الأرض والالتزامات الفنية . والخط اب المراد إنشاء السكة عليه يسمى (خط الإنشاء) ويلاحظ أن خط الإنشاء فى المنطقة بين (ن ، هـ) يرتفع فوق سطح الأرض ويتطلب العمل ردما فى هذا الجزء بينما فى الجزئين (أن ، هـب) ينخفض عنها ولذا يجب أن يحفر هذان الجزءان . ومثال ذلك طريق ترام الرمل بالاسكندرية فى المنطقة بين الشاطبى واسبورتنج ، فمنطقة (ب) تمثل الشاطبى حيث ينطبق الإنشاء وسطح الأرض (أمام محطة الشاطبى تماما) وبالمثل عند (هـ) التى يمثلها محطة الإبراهيمية . وبين المحطتين يوجد حفر بينما يرتفع الردم (الجسر) بين (هـ) ، (ن) التى يمثلها (المنطقة بين الابراهيمية — اسبورتنج) ... وهكذا .

يصمم المشروع عادة بحيث نختار خط الإنشاء فى وضع يكون فيه مقدار الحفر يساوى تقريبا مقدار الردم . وعند الحفر نجعل ميول الجوانب حسب الميل الطبيعى لنوع الأرض نفسها فيكون مثلا ١ : ١ فى الأرض السوداء ، ٢ : ١ فى الرملية وفى حالة عدم إمكان إتساع الأرض لهذه الميول أو إذا أردنا الإستفادة بالأرض المجاورة للطريق لإنشاء مبانى عليها أو لتوسيع الطريق (كما فى حالة ترام الرمل بين الشاطبى والإبراهيمية) فنشىء حوائط ساندة رأسية على جانبى الطريق ويقارن بين تكاليف هذه الحوائط الساندة وما يتبعها من تكاليف وبين أمن الأرض التى سوف تستغل بدلا من شغلها فى الميول الجانبية كما يجب أن يؤخذ فى الاعتبار الاستفادة العامة فى توسيع الطريق من ناحية المرور وتجميله مثال ذلك هو سكة المترو عند الجزء بين منشية البكرى والعباسية بالقاهرة شكل (٢٤٤) .



(شكل ٢٤٣)



(شكل ٢٤٤)

مثال :

أخذت المسافات والمناسيب المبينة فى شكل (٢٤٥) على محور قطاع طولى بقصد إنشاء سكة حديد . فإذا كان منسوب أول الخط ١٠,٥٦ م وإنحدار خط الإنشاء فى المسافة من صفر إلى ١٠٠ م يساوى ١ : ٤٠٠ إلى أعلى ، وأفقى فى المسافة من ١٠٠ إلى ١٤٠ .

١ ــ أرسم القطاع الطولى بمقياس رسم مناسب للأفقى والرأسى .

٢ ــ أوجد مكعبات الحفر والردم اللازمة .

الحـل :

١ ــ نرسم القطاع الطولى ونحسب إرتفاعات الحفر والردم عند النقط المختلفة كما سبق فى القطاعات الطولية .

٢ ــ نرسم القطاعات العرضية عند النقط المختلفة ونأتى بمساحة كل منها .

٣ ــ نعين مكان أو أماكن إنفصال الحفر من الردم .

٤ ــ نأتى بحجم كل من الحفر والردم على حدة وذلك بتطبيق قوانين الحجوم على جسم متعدد القطاعات .

حساب نقط الفصل بين الحفر والردم :

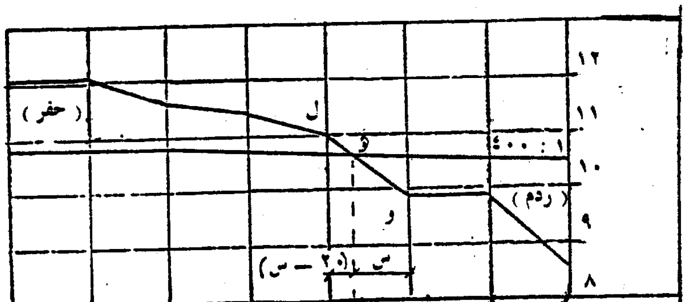
هـ هى نقطة الفصل بين الحفر والردم ، ولإيجاد مسافة الحفر هـ ل ، مسافة الردم هـ و نفرض أن مسافة الردم الأفقية س فتكون مسافة الحفر الأفقية ٢٠ ــ س وحيث أن عمق الردم عند قطاع ٤٠ هو ٠,٧٠ متر وإرتفاع الحفر عند قطاع ٦٠ هو ٠,٢٩ فيكون :

$$\frac{٠,٧٠}{س} = \frac{٠,٢٩}{٢٠ - س}$$

ومنهاس = ١٤,١

وعند حساب كميات الأتربة للحفر والردم يراعى أن جسم التراب بين و ، هـ وبين هـ ، ل عبارة عن خابور يحسب كل منهما على حده .

وعند إيجاد الحجم لباقى الأجزاء إما أن نستعمل طريقة متوسط القاعدتين (كما إستعملنا فى الجدول) أو نستعمل طريقة المنشور المجسم حسب الحالة والدقة المطلوبة . وقد تتعدد أماكن تتغير الحفر إلى ردم وبالعكس أى تتعدد نقط أخرى مثل هـ فتعالج بنفس الطريقة .



مسافة (م)	صفر	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠	١٠٠	١٢٠	١٤٠
منسوب الأرض	٨,٥٣	٩,٩١	٩,٩٦	١١,٠٠	١١,٤٢	١١,٦٦	١٢,٠٣	١٢,٠٣
منسوب الإنشاء	١٠,٥٦	١٠,٦١	١٠,٦٦	١٠,٧١	١٠,٧٦	١٠,٨١	١٠,٨١	١٠,٨١
إرتفاع الحفر (م)				٠,٢٩	٠,٦٦	٠,٨٥	١,٢٢	١,٢٢
إرتفاع الردم (م)	٢,٠٣	٠,٧٠	٠,٧٠					
مساحة القطاع	١٤,٣٠	٣,٥٤	٣,٥٤	٢,٥٧	٣,٢٩	٤,٤٧	٧,١١	٧,١١

حجم الردم (م^3) $\frac{1}{2}$ × ٢٠ × (١٤,٣٠ + ٣,٥٤) + $\frac{2}{2}$ × ٢٠ (٣,٥٤ + ٣,٥٤) + $\frac{1}{2}$ × ٣,٥٤ × ١٤,١٤ = ٢٧١,٥

حجم الحفر (م^3) $\frac{1}{2}$ × ٢,٥٧ × ٥,٨٦ + $\frac{1}{2}$ × ٢٠ (٣,٢٩+٤,٤٧) + $\frac{1}{2}$ × ٢٠ × (٤,٤٧+٧,١١) + ٢٠ × ٧,١١ = ٣٤٣,١
+ $\frac{1}{2}$ × ٢٠ (٢,٥٧+٣,٢٩)

(شكل ٢٤٥)

مكعبات أركان الجسور أو تقاطع الجسور :

فى الحسابات السابقة لم نبين كيفية حساب الحجوم عند الأركان عندما يتقاطع جسران على زاوية ما كما فى الشكلين (٢٤٦ ، ٢٤٧) .

١ ــ إذا كان الركن مستديراً

حجم الجزء المستدير اب حـ = $\frac{١}{٤}$ حجم مخروط نصف قطر قاعدته يساوى اب وإرتفاعه يساوى إرتفاع الجسر .

$$ح = \frac{ط ى^{٢} ع}{٤ \times ٣} \quad ... (١٣٢)$$

٢ ــ إذا كانت الجسور تتقاطع فى زاوية :

حجم الركن اب حـ ء = حجم الهرم الغير منتظم على القاعدة اب حـ ء وإرتفاعه يساوى إرتفاع الجسر (ع) .

$$ح = \frac{١}{٣} \text{(مساحة القاعدة اب حـ ء × ع)} \quad ... (١٣٣)$$

المكعبات فى المحاجر والمناطق التلية من القطاعات العرضية :

عندما يراد أخذ كميات من الأحجار أو الأتربة من جوانب تل أو محجر ومعرفة الكميات كل مدة مثل أسبوع أو شهر مثلا ، فإن أحسن طريقة أن نعين خط قاعدة مؤقت عند أسفل السفح كما فى شكل (٢٤٨) وتدق على طوله أوتاد يكون خط القاعدة بعيداً نوعاً من المحجر حتى لا يكون معرضاً لعمليات الحفر . نشكل قطاعات عمودية على خط القاعدة تمتد فى التل أو المحجر . هذه القطاعات أما أن تكون على مسافات متساوية أو حسب طبيعة

المحجر . وشكل (٢٤٨) يمثل مسقط محجر فى أبى زعبل حيث تقطع الأحجار وكان الأمر يتطلب أخذ أرصاد شهرية لتبين مدى ما يقطعه المساجين خلال كل شهر .

قيس خط القاعدة اهـ بشريط ثم دقت أوتاد فى قواعد من الخرسانة . وضع التيودوليت فوق كل من هذه الأوتاد وأخذ مناسيب النقط المختلفة فى كل قطاع ، أما النقط التى لم يمكن رؤيتها من أسفل فقد نقل الميزان إلى نقط دوران أعلى المحجر .

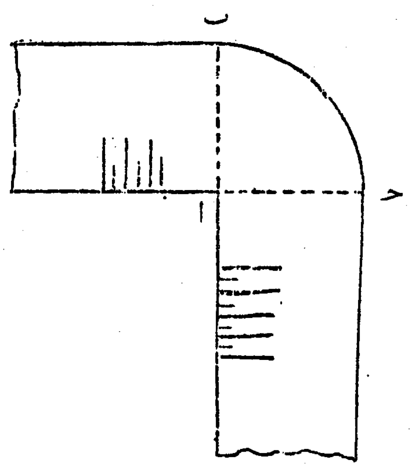
فى كل شهر كانت تؤخذ قطاعات جديدة على نفس الإتجاهات السابقة للقطاعات ثم توقع على الخريطة الأصلية شكل (٢٤٩) ومن ثم حسبت الكميات بسهولة فمثلا مكعبات شهر نوفمبر عبارة عن حجم قطاعاته العرضية هى المهشرة فى الشكل ، ولإيجاد المكعبات خلاله نطبق قانون القاعدتين المتطرفتين وهو يناسب تماماً هذه الحالة . شكل (٢٤٩) يمثل القطاعات عند المسافات ا،ب،حـ على سبيل المثال فقط لأول شهر إكتوبر وأول نوفمبر وأول ديسمبر .

تغير حجم الأتربة والصخور عند الحفر :

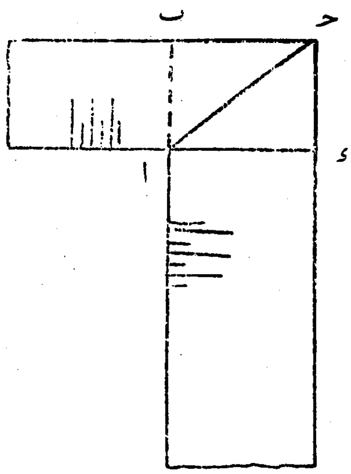
فى حساب الحجوم يجب أن يؤخذ أزدياد الحجم عند الحفر فى الإعتبار . وعادة يزداد حجم الأتربة عند الحفر بمقدار ١٠ إلى ٢٠ فى المائة . أما فى الصخر فإن الحجم يزداد بمقدار ٥٠ فى المائة بعد وضعها فى الردم وهى نفس الزيادة قبل وضعها أى يحتفظ بمقدار الزيادة ، ولكن الأتربة تبدأ فى الإنكماش مباشرة وتستغرق مدة سنة تقريبا لتأخذ الوضع النهائى .

وفى حساباتنا نأخذ مقدار الإنكماش ١٠٪ فى كل الجسور بالرغم من أنه بعد مرور عامين تقريبا يكون حجم الأتربة أقل من حجم الأتربة فى مكانها الأصلى لتأثير الجو على جوانب الجسر وسطحه ومن تأثير صرف المياه أيضاً .

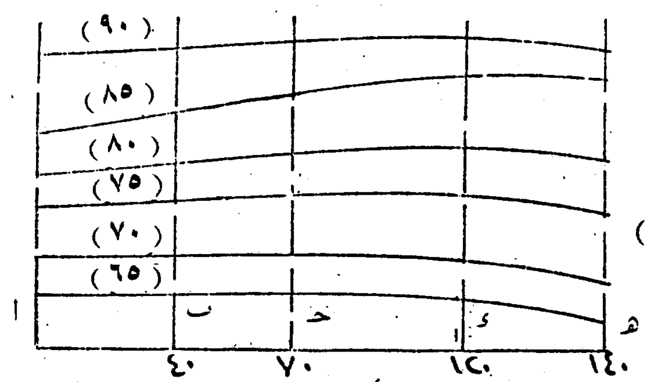
على العموم فإننا نعتبر أن حجما من الأتربة مقداره ٠,٨٠ ـــ ٠,٩٠ فى موضعه الأصلى قبل الحفر يصير ١,٠٠ بعد الحفر . والمواد تختلف بعضها عن بعض تبعا لنوع الأراضى :



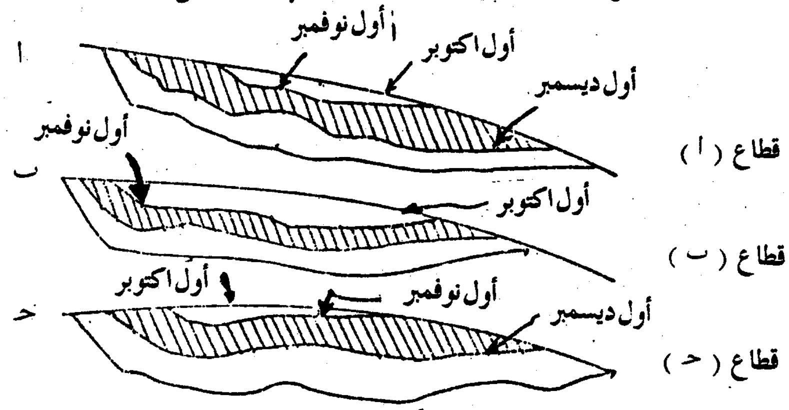
(شكل ٢٤٦)



(شكل ٢٤٧)



(شكل ٢٤٨)



(شكل ٢٤٩)

ومن الطرق المتبعة أن تحسب مساحة كل قطاع فى الجسر بالطرق المعروفة أو تقاس بالبلانيمتر وهو الأفضل وتكتب بجوار القطاع فإذا كان القطاع جسرا عدلت مساحته تبعا لانتفاخ مادته . ولتوضيح ذلك نقول أن كل المواد على الأطلاق تزداد فى الحجم إذا استخرجت من القطوع فإذا ألقيت فى الجسور وأعطيت الوقت الكافى لانضغاطها نتيجة الحركة فوقها فإنها تقل فى الحجم ومنها ما يبقى حجمه بعد الإنضغاط أكبر من حجمه قبل الحفر ومنها ما ينقص عنه .

وحيث أن المواد التى تصادفها قد تتغير كثيرا فمن أجل ذلك يحسن عمل التجارب العملية فى كل حالة لتقدير معامل انتفاخ كل مادة إذ يلزم تعديل مساحة قطاع الجسر بمقدار معامل الانتفاخ وذلك عند تقدير الحجم اللازم من القطوع لملء الجسور فمثلا إذا كانت مساحة قطاع جسر ما ١٥,٢ متر مربعا وكان معامل الانتفاخ ١,٠٤ فإن مساحة القطع اللازم لملء الجسر .

= ١٥,٢ ÷ ١,٠٤ = ١٤,٦١ م٢

مكعبات الأتربة فى المنحنيات

تؤخذ القطاعات العرضية فى المنحنيات فى اتجاه قطرى (عمودى على المماس) وبذا لا يمكن تطبيق قاعدة المنشور المجسم أو متوسط القاعدتين لإيجاد الحجم بين أى قطاعين لأنهما غير متوازيين .

وفى الأحوال العادية التى لا تتطلب دقة كبيرة يهمل تأثير الإنحناء ويعتبر أن كل قطاعين قطريين متتالين متوازيان ، وتأثير الإنحناء قد يكون كبيرا فى المنحنيات الحادة ذات نصف القطر الصغير ويكون التأثير أكبر إذا كانت مساحات قطاعات الحفر أو الردم كبيرة وأيضا فى حالة عدم تماثل القطاع حول المحور . فى هذه الحالة لا بد من حساب تأثيره .

حساب الكميات فى المنحنيات :

إن نظرية (Pappus) باباس تقول أن حجم أى جسم ناتج عن تحرك مساحة مستوية حول محور ثابت مسافة ما ، يساوى حاصل ضرب مساحة

هذا القطاع فى طول مسار مركز ثقلها ويمكن إيجاد متوسط مساحات القطاعات فى مسافة ما واعتبار أن هذا القطاع يمثل القطاعات المختلفة فى المسافة ونحسب مركز ثقله ثم نضرب هذه المساحة × مسار مركز الثقل فينتج الحجم .

وتوجد طريقتان لإيجاد الحجوم فى المنحنيات عامة وهى :

الطريقة الأولى :

١ ــ نقسم الجسم إلى عدة قطاعات ، وتتوقف المسافات بين القطاعات المختلفة على الدقة المطلوبة .

٢ ــ نوقع مراكز ثقل القطاعات المختلفة ونفرض أنها على أبعاد $هـ_{.}$ ، $هـ_{١}$ ، $هـ_{٢}$ ... من محور الطريق شكل (٢٥٠) ثم نوقع $هـ_{.}$ ، $هـ_{١}$ ، $هـ_{٢}$ ... على المسقط الأفقى للطريق شكل (٢٥١) .

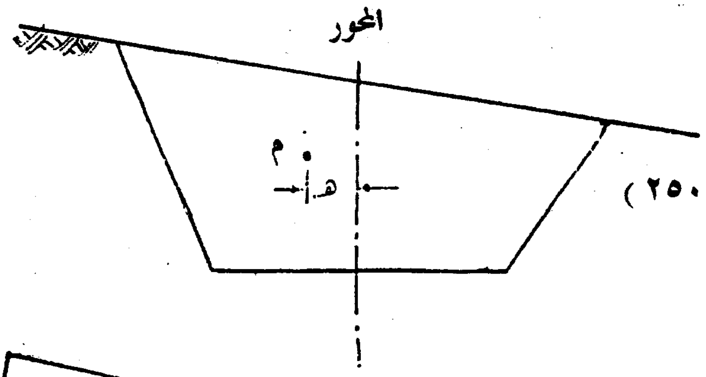
٣ ــ نقيس المسافات $ل_{.}$ ، $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ ... بين مراكز الثقل المتتالية بأى طريقة من الرسم على طول المنحنى أو يمكن إعتبار أن $ل_{.}$ قوس من دائرة نصف قطرها ($نق - \frac{هـ_{.} + هـ_{١}}{٢}$) وبالمثل للأطوال $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$.

٤ ــ نفرض أن مساحات القطاعات هى $ح_{.}$ ، $ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ ، ..

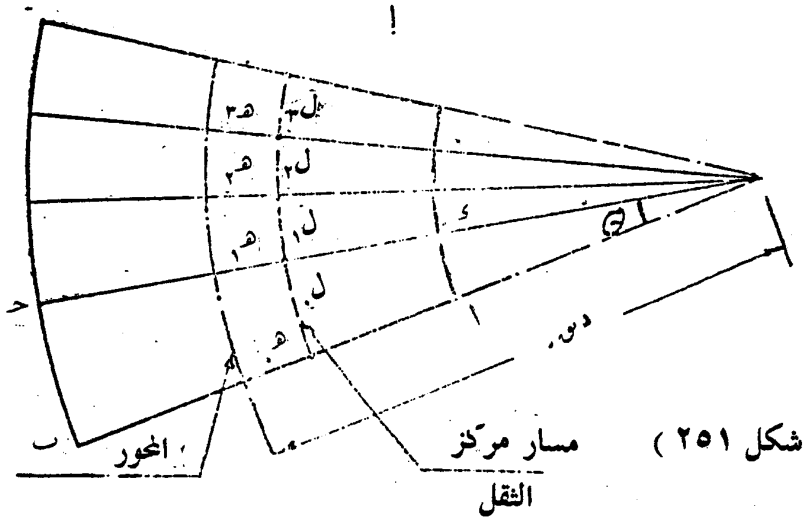
الحجم الكلى = $\frac{١}{٢} ل_{.} (ح_{.} + ح_{١}) + \frac{١}{٢} ل_{١} (ح_{٢} + ح_{٣}) + \ldots$

٥ ــ يمكن إتباع هذه الطريقة فى إيجاد حجم كل من الحفر والردم فى حالة الجسر المبين فى شكل (٢٥٢) ويعين بعد مركز الثقل عن محور الطريق فى القطاعات المبينة فى شكل (٢٥٣) بالمعادلة الآتية :

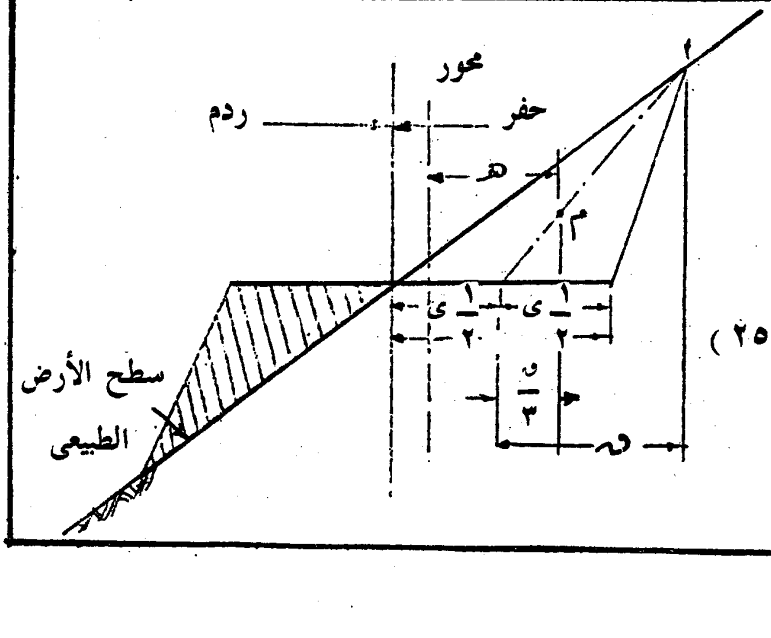
$$هـ = \frac{ل_{١} ل_{٢} (ل_{١} + ل_{٢})}{٣ م . س} \quad \ldots (١٣٤)$$



(شكل ٢٥٠)



(شكل ٢٥١)



(شكل ٢٥٢)

أما بعد مركز الثقل هـ للقطاعات المشابهة للقطاع فى شكل (٢٥٤) فتحسب من المعادلة التالية :

$$هـ = (س + \frac{ب^{٢}}{٤ ن}) (\frac{ل_{٢} - ل_{١}}{٣ س}) \quad ... (١٣٥)$$

حيث س = مساحة القطاع
ن = الميول الجانبية
م = انحدار سطح الأرض الطبيعية

ويلاحظ أن هذه القوانين لا تطبق عند تحديد مركز ثقل قطاع سطح الأرض الطبيعية فيه أفقى والميول الجانبية مختلفة ، ويحسب مركز الثقل فى هذه الحالة باستخدام عزوم المساحات .

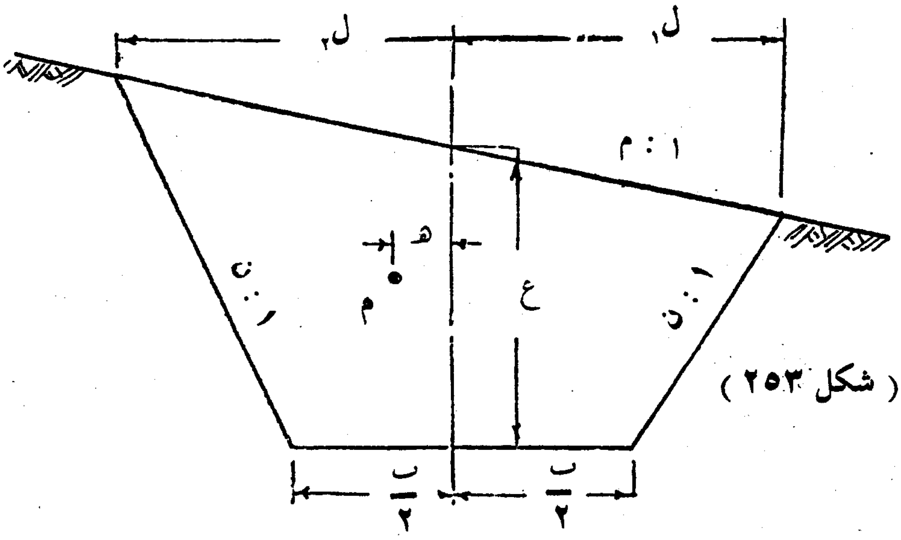
الطريقة الثانية :

١ ـــ نفرض فى شكل (٢٥١) أن مساحة كل من القطاعين اب،حء ثابتة وأن الحجم حسب على أساس أنه يساوى المساحة × المسافة بينهما على المحور .

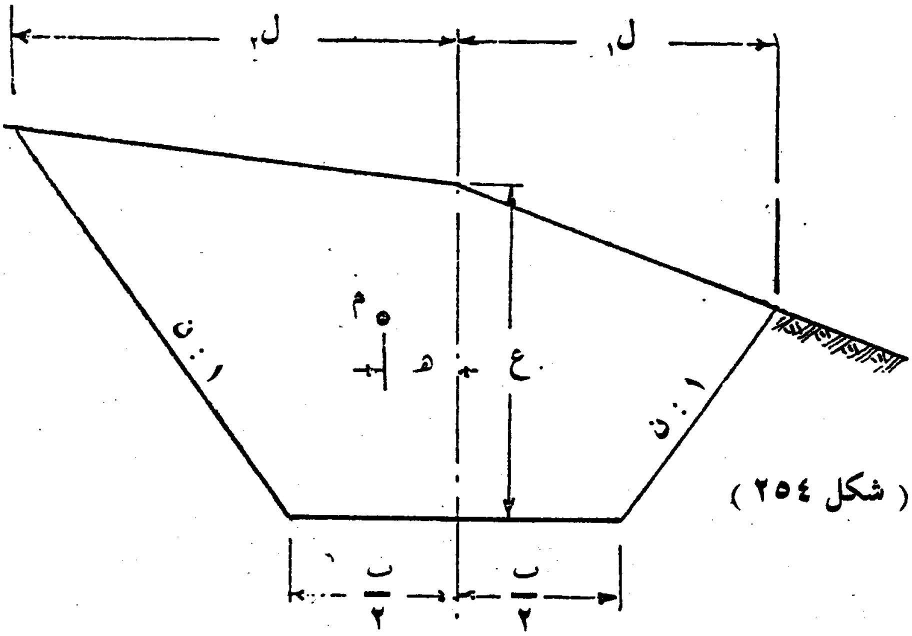
٢ ـــ تبعا لنظرية باباس فإن الحجم المحسوب باستعمال طول المحور به خطأ قدره (ط) .

ط = المساحة × (طول المحور بين القطاعين ـــ طول مسار مركز الثقل)

٣ ـــ على أى حال فإن المساحة (س) فى الطبيعة تتغير عادة من موضع لآخر على المحور وبذا فإن مسار مركز الثقل لا يكون جزءا من قوس دائرى ومن الصعب حساب طول مثل هذا المسار لذا نطبق التصحيح على المساحات مع أخذ المسافات على المحور .



(شكل ٢٥٣)



(شكل ٢٥٤)

٤ ــ لهذا الغرض نفرض أن :

نصف قطر المحور = ىٓ

زاوية دوران مستوى القطاع = θ

البعد بين مركز ثقل القطاع والمحور = هـ

ح = س (ىٓ ــ هـ) θ

وتعتبر (هـ) موجبة إذا كانت إلى الخارج من المحور بعيدا عن المركز ويصبح الحجم .

ح = س (ىٓ + هـ) θ

الخطأ فى حساب الحجم = ± س هـ θ

= ± س هـ × $\frac{\text{طول المحور}}{\text{ىٓ}}$

= ± الحجم العادى . $\frac{\text{هـ}}{\text{ىٓ}}$

الخطأ فى الحجم فى وحدة المسافات = ± $\frac{\text{س هـ}\ \theta}{\text{ىٓ}\ \theta}$

= ± $\frac{\text{س هـ}}{\text{ىٓ}}$ ... (١٣٦)

هذا التصحيح يضاف أو يطرح من المساحة عند كل قطاع ثم تطبق المعادلات العادية لإيجاد الحجوم فى حالة الخطوط المستقيمة .

٥ ــ هذا بالطبع ليس دقيقا تماما ولكن فى حالة أنصاف الأقطار الصغيرة أو عندما تكون هـ كبيرة فإن النتيجة تكون أقرب كثيرا إلى الصحة عما لو لم نستعمل التصحيح .

٦ ــ ويمكن تطبيق المعادلة التالية لإيجاد الحجم مباشرة :

$$ح = \frac{ل}{٢} (س_١ + س_٢) (١ \pm \frac{هـ}{ى}) \quad ... (١٣٧)$$

حيث ل = طول القوس مقاسا على المحور .
$س_١$ ، $س_٢$ = مساحتا القطاعين الأول والأخير على الترتيب .
هـ = البعد بين مركز ثقل القطاع الأوسط والمحور .
ى = نصف قطر المحور .

والإشارة السالبة تؤخذ دائما عندما يكون مركز الثقل إلى الداخل ، بالنسبة للمحور ناحية مركز التقوس . وموجبا إذا كانت خارجة .

تمرينات محلولة

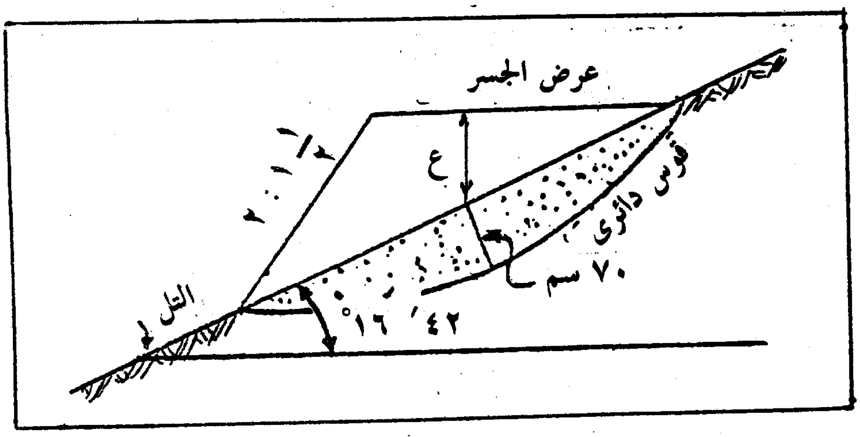
تمرين (١) :

يراد إنشاء جسر على جانب منطقة تلّيه (كما فى شكل ٢٥٥) بعرض ١٢,٠٠ متر وإرتفاع ٤,٠٠ متر لمسافة كيلومترين وقد وضعت قاعدة من الأحجار تحت أتربة الردم كما هو مبين . أوجد :

أولاً : حجم الأتربة اللازمة لإنشاء الجسر .

ثانياً : مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها لإنشاء هذا الطريق .

ثالثاً : حجم الأحجار اللازم وضعها تحت الطريق .



(شكل ٢٥٥)

الحل :

فى شكل (٢٥٦) والذى يبين هندسة القطاع نجد أن :

انحدار الأرض الطبيعية فى الاتجاه العمودى على المحور = ظا ٤٢ ′ ١٦° = ٠,٣

∴ ١ : م = ٣ : ١٠ = ١ : ٣,٣٣٣

فى المثلث ء م ه :

بفرض ه م = س

∴ م ء = $\frac{١٠}{٣}$ س

فى المثلث ا م ى :

$$\frac{\text{ا م}}{\text{م ى}} = \frac{١\frac{١}{٢}}{٢}$$

$$\therefore \frac{٤,٥٠ + ٤,٠٠ + \text{س}}{\frac{١٠}{٣}\text{س}} = \frac{١\frac{١}{٢}}{٢}$$

ومنها س $= \frac{١٧}{٣} =$ ٥,٦٦٧ م

∴ مساحة الجزء الأيمن من القطاع = مساحة المثلث حـ و ق

$= \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ =$ ١٢,٠٠ م٢

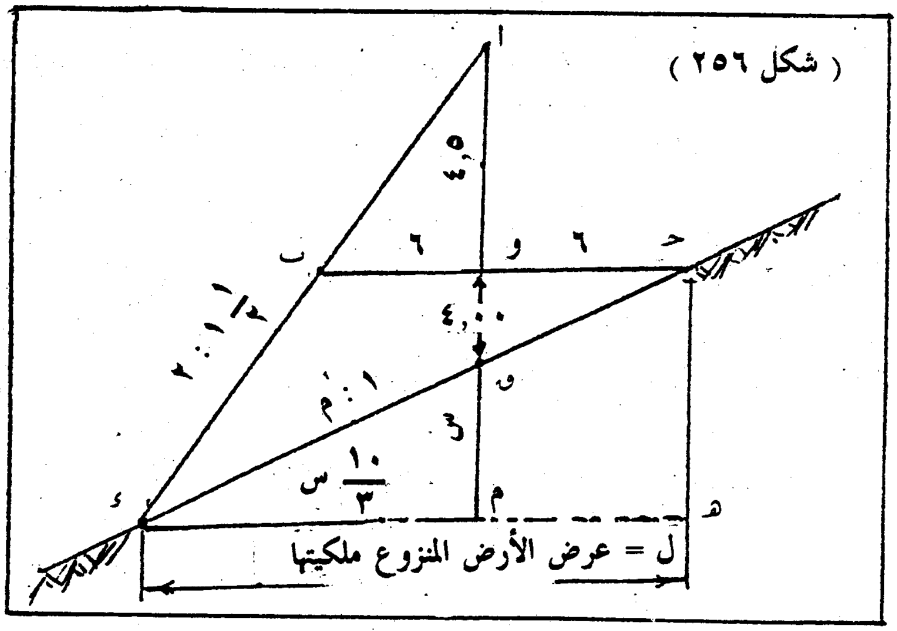
مساحة الجزء الأيسر من القطاع = مساحة المثلث ا ق ى ــ مساحة المثلث ا و ب

$= \frac{١}{٢} \times (٤,٠٠ + ٤,٥) \times \frac{١٠}{٣} \times ٥,٦٦٧$

$- \frac{١}{٢} \times ٤,٥ \times ٦$

= ٦٦,٧٧٨ م٢

∴ مساحة القطاع = ٧٨,٧٧٨ م٢



٨٠

أولاً :

حجم الأتربة اللازمة لإنشاء الجسر = ٧٨,٧٧٨ × ٢٠٠٠ = ١٥٧٥٥٦ م^{3}

ثانياً :

المساحة المطلوب نزع ملكيتها = العرض الكلى للجسر (هـ ى) × طول الجسر

= (٦ + $\frac{١٠}{٣}$ × ٥,٦٦٧) × ٢٠٠٠

= ٤٩٧٧٧,٨ م^{2}

ثالثاً :

لإيجاد حجم الأحجار اللازمة لتنفيذ قاعدة الجسر :

حـ ى = هـ ى قا ٤٢ ′ ١٦° = ٢٤,٨٨٩ × ١,٠٤٤٠٣٤ = ٢٥,٩٨ م

ويمكن حساب مساحة القطاع باعتبار أنه قطع مكافىء لشدة تفلطحه :

∴ مساحة قطاع الأساس = $\frac{٢}{٣}$ × ٢٥,٩٨ × ٠,٧ = ١٢,١٢٤ م^{2}

∴ حجم الأحجار المطلوبة للقاعدة = ١٢,١٢٤ × ٢٠٠٠ = ٢٤٢٤٨ م^{3}

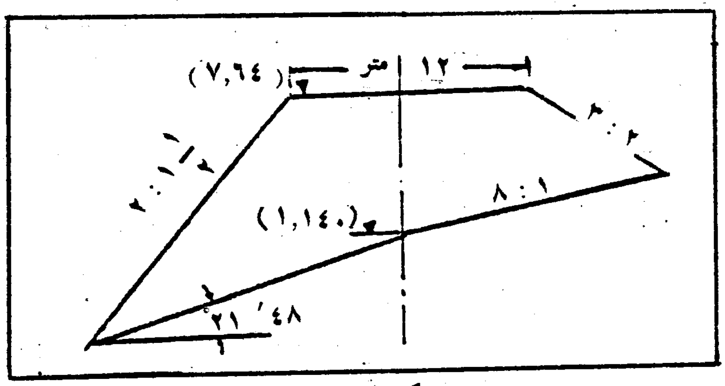
تمرين (٢) :

جسر دائرى نصف قطره ٦٠٠ متر متوسط قطاعاته كما هو مبين بشكل (٢٥٧) أوجد :

أولاً : مقدار الأتربة اللازمة بالأمتار المكعبة لإنشاء الجسر مع إهمال تأثير التقوس .

ثانياً : مقدار الأتربة اللازمة بأخذ التقوس فى الاعتبار (مركز التقوس إلى يمين القطاع) .

ثالثاً : مقدار مساحة الأرض اللازم نزع ملكيتها لإنشاء الجسر .



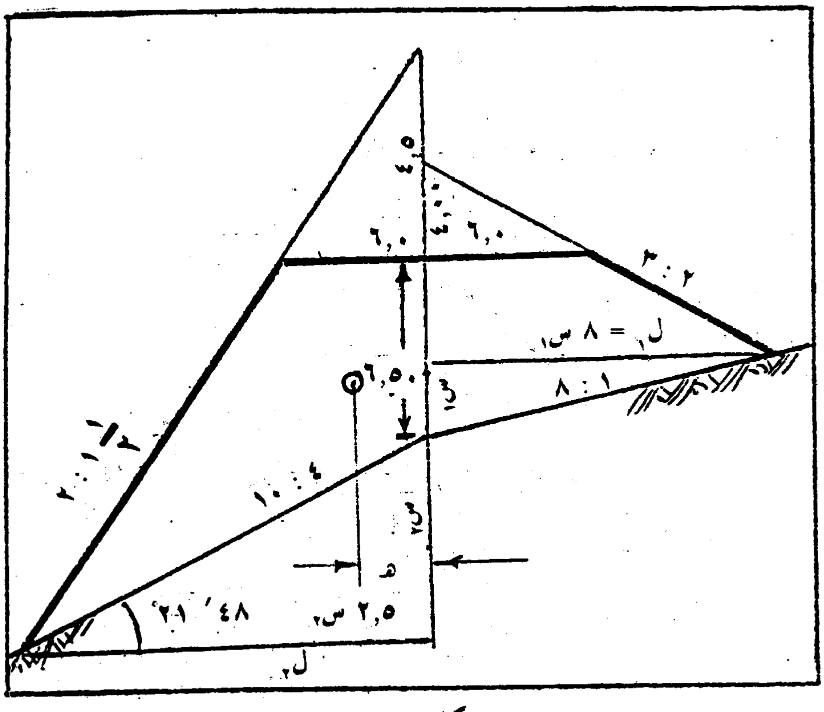
(شكل ٢٥٧)

الحل :

فى شكل (٢٥٨) وللجزء الأيمن من القطاع :

ارتفاع الجسر = منسوب سطح الإنشاء ــ منسوب الأرض الطبيعية

= ٧,٦٤٠ ــ ١,١٤٠ = ٦,٥٠ متر



(شكل ٢٥٨)

$$\therefore \frac{\text{٤,٠٠} + \text{٦,٥٠} - \text{س}_{١}}{\text{٨ س}_{١}} = \frac{٢}{٣}$$ ومنها $\text{س}_{١}$ = ١,٦٥٨ م

$\therefore$ $\text{ل}_{١}$ = ٨ $\text{س}_{١}$ = ١٣,٢٦٣ متر

مساحة الجزء الأيمن من القطاع = $\frac{١}{٢}$ × (٦,٥ + ٤,٠٠) × ١٣,٢٦٣

− $\frac{١}{٢}$ × ٦,٠٠ × ٤,٠٠

= ٥٧,٦٣ $\text{م}^{٢}$

للجزء الأيسر من القطاع : ظا ٤٨′ ٢١° = ٠,٤٠ = ١ : $\text{م}_{٢}$ = ١ : ٢,٥

$$\frac{\text{٤,٥٠} + \text{٦,٥٠} + \text{س}_{٢}}{\text{٢,٥ س}_{٢}} = \frac{١\frac{١}{٢}}{٢}$$ ومنها $\text{س}_{٢}$ = ١٢,٥٧ م

$\therefore$ $\text{ل}_{٢}$ = ٢,٥ $\text{س}_{٢}$ = ٣١,٤٣ م

مساحة الجزء الأيسر = $\frac{١}{٢}$ × (٦,٥٠ + ٤,٥٠) × ٣١,٤٣

− $\frac{١}{٢}$ × ٦,٥ × ٤,٥٠ = ١٥٨,٢٤ $\text{م}^{٢}$

$\therefore$ مساحة القطاع = ١٥٨,٢٤ + ٥٧,٦٣ = ٢١٥,٨٧ $\text{م}^{٢}$

أولاً : باهمال تأثير التقوس :

حجم أتربة الجسر = مساحة القطاع × طول المحور

= ٢١٥,٨٧ × (٢ط × ٦٠٠) = ٨١٣٨١٠,٧ $\text{م}^{٣}$

ثانياً : بأخذ التقوس فى الاعتبار :

نوجد بعد مركز القطاع عن المحور (هـ) حيث :

$$\text{هـ} = \left(\text{س} + \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{٤ ن}}\right)\left(\frac{\text{ل}_{٢} - \text{ل}_{١}}{\text{٣ س}}\right)$$

باعتبار ن الإنحدار الجانبى المتوسط = $\dfrac{\frac{٣}{٢} + \frac{٢}{١,٥}}{٢}$ = ١,٤١٧

$$\therefore \text{هـ} = (٢١٥,٨٧ + \frac{١٤٤}{١,٤١٧\times٤})(\frac{١٣,٢٦٣-٣١,٤٣}{٢١٥,٨٧\times٣}) = ٦,٧٥٥\text{م}$$

$$\therefore \text{الحجم} = ٨١٣٨١٠,٧ \times (١ + \frac{٦,٧٥٥}{٦٠٠}) = ٨٢٢٩٧,٩ \text{ م}^٣$$

(الاشارة موجبة لأن مركز التقوس إلى يمين المحور ومركز القطاع إلى يسار المحور)

ثالثاً : مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها :

المساحة المطلوب نزع ملكيتها عبارة عن حلقة نصف قطرها الداخلي $نق_١$ ونصف قطرها الخارجي $نق_٢$ حيث :

$نق_١ = نق - ل_١$ = ٦٠٠,٠٠ – ١٣,٢٦ = ٥٨٦,٧٤ م

$نق_٢ = نق + ل_٢$ = ٦٠٠,٠٠ + ٣١,٤٣ = ٦٣١,٤٣ م

$\therefore$ المساحة المطلوب نزع ملكيتها = ط [$(٦٣١,٤٣)^٢ - (٥٨٦,٧٤)^٢$]

= ١٧١٠٢٨,٣٦ $م^٢$

ملحوظة :

يمكن حساب المساحة بطريقة تقريبية بضرب طول المحور × ($ل_١ + ل_٢$)

= ٢ × ط × ٦٠٠ × (٣١,٤٣ + ١٣,٢٦)

= ١٦٨٤٧٧,٣٣ $م^٢$

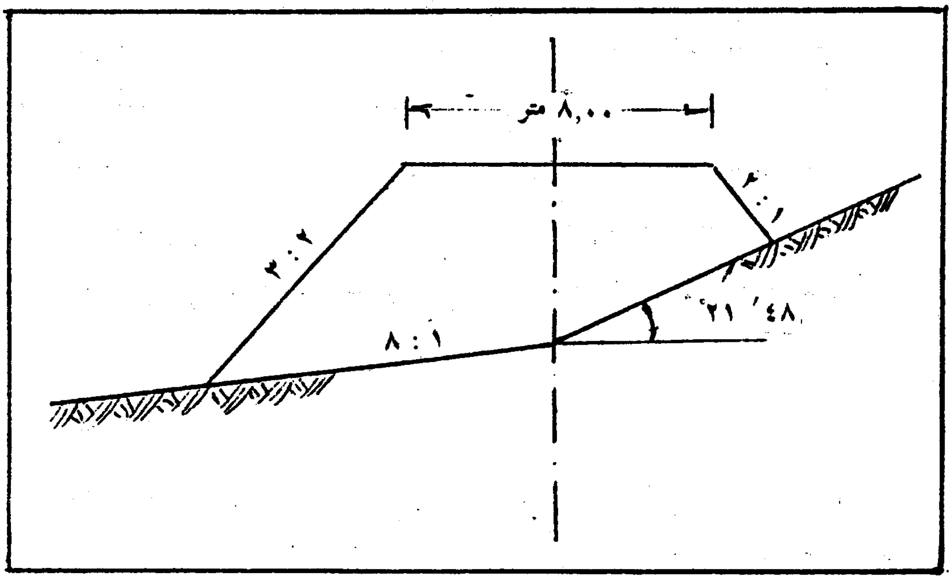
ويلاحظ الفرق فى النتائج حيث نسبة الخطأ بالحساب بهذه الطريقة تساوي ١,٤٩ ٪

تمرين (٣) :

فى منطقة التعمير ببور سعيد أريد إنشاء طريق فى المسافة من الكيلومتر ٢,٠٠ حتى الكيلو ٤,٠٠ فأجريت ميزانية على محور الطريق وكانت المناسيب لسطح الأرض الطبيعية عند الكيلو ٢,٠٠ ، ٢,٥٠ ، ٣,٠٠ ، ٣,٥٠ كما يلى على الترتيب ١,٤٠ ، – ١,١٠ ، ٣,٩٠ ، – ٣,٦٠ متراً وعند التنفيذ كان إرتفاع الردم عند بدء الطريق ستة أمتار وينحدر الطريق إلى أسفل بمقدار ١ : ٢٠٠ حتى الكيلو ٣,٠ ثم يصير أفقياً فى باقى المسافة . فإذا كان قطاع

الطريق فى منطقة الجسور كما هو مبين فى (٢٥٩) أوجد مقدار الأتربة اللازمة لتنفيذ الجسور فقط فى المنطقة حتى الكيلو ٣,٥٠ مع رسم قطاع طولى للطريق على ورقة المربعات وبيان مقياس الرسم الذى اخترته وكتابته على الرسم .

أوجد أيضا مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها لإنشاء الجزء الأول من الجسور لهذا الطريق .



(شكل ٢٥٩)

الحل :

منسوب سطح الإنشاء عند الكيلو ٢,٠٠ (بداية الطريق)= ١,٤٠+٦,٠٠=

= ٧,٤٠ متر

منسوب سطح الإنشاء عند الكيلو ٢,٥٠= ٧,٤٠ — $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٥٠٠

= ٤,٩٠ متر

منسوب سطح الإنشاء عند الكيلو ٣,٠٠= ٤,٩٠ — $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٥٠٠

= ٢,٤٠ متر

منسوب سطح الإنشاء عند الكيلو ٣,٥٠= ٢,٤٠ متر

وشكل (٢٦٠) يوضح القطاع الطولى للمشروع والذى يبين سطح الأرض الطبيعية وسطح الإنشاء وقد رسم بمقياس ١ : ١٢٥٠٠ للمسافات الأفقية ، ١ : ١٠٠ للمسافات الرأسية ، والمناطق التى سيتم فيها الردم تم بيانها بالتهشير (وهما منطقتان) وهناك نقطتان لانفصال الحفر عن الردم ، ومن الشكل :

ارتفاع الجسر عند القطاع ٢,٥٠ = ٤,٩٠ –(–١,١٠)=٦,٠٠م

ارتفاع الجسر عند القطاع ٣,٥٠ = ٢,٤٠ –(–٣,٦٠)=٦,٠٠م

∴ إرتفاع الجسر عند ٢، ٢,٥، ٣,٥ = ٦,٠ متر

ولقطاع الجسر (شكل ٢٦١) وللجزء الأيمن فيه :

ظا ٤٨′ ٢١° = ٠,٤٠ أى أن الميل = $\frac{٤}{١٠}$ = ١ : ٢,٥

∴ ٢,٥ س = ٢ [٦ – س$_{١}$ + ٢]

ومنها س$_{١}$ = ٣,٥٦ متر

∴ ل$_{١}$ = ٢,٥ س = ٨,٩٠ متر

∴ مساحة الجزء الأيمن من الجسر

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × — $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤ = ٣١,٦٠ م^{٢}

وللجزء الأيسر من القطاع :

٨ س$_{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$ (س$_{٢}$ + ٦ + $\frac{٨}{٣}$) ومنها س$_{٢}$ = ٢

ل$_{٢}$ = ٨ س$_{٢}$ = ١٦ متر

∴ مساحة الجزء الأيسر من الجسر

= $\frac{١}{٢}$ × (٦ + $\frac{٨}{٣}$) × ٨ × ٢ — $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٨}{٣}$ × ٤ = ٦٤,٠٠ م^{٢}

∴ المساحة الكلية للقطاع = ٩٥,٦٠ م^{٢}

وحيث أن إرتفاعات الجسور عند الكيلو ٢ ، ٢,٥ ، ٣,٥ واحدة فإن مساحة قطاعات الجسور أيضاً واحدة .

لتعيين موضع انفصال الحفر عن الردم (النقطة حـ) نعين المسافة (ل)

$$\frac{\text{ل}}{\text{٦,٠}} = \frac{\text{٥٠٠} - \text{ل}}{\text{١,٥٠}} \quad \text{ومنها ل} = \text{٤٠٠ متر}$$

وأيضاً :

$$\frac{\text{ل}_{\text{١}}}{\text{٦,٠}} = \frac{\text{٥٠٠} - \text{ل}_{\text{١}}}{\text{١,٥٠}} \qquad \text{ومنها ل}_{\text{١}} = \text{٤٠٠ متر}$$

∴ حجم الأتربة فى الجسور (المنطقة ا + ب + حـ)

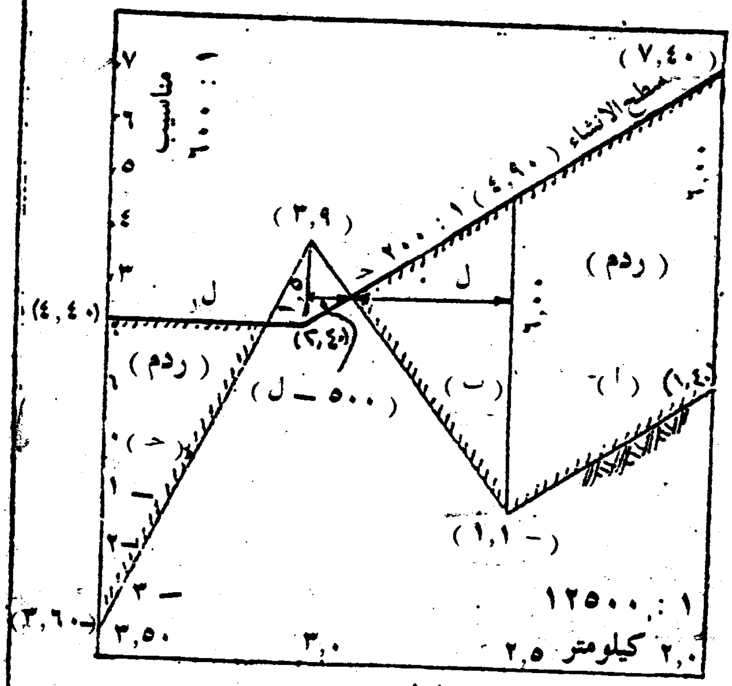
$$= \text{٩٥,٦٠} \times \text{٥٠٠} + \frac{\text{٩٥,٦٠} + \text{صفر}}{\text{٢}} \times \text{٤٠٠} + \frac{\text{صفر} + \text{٩٥,٦٠}}{\text{٢}}$$

$$\times \text{٤٠٠} = \text{٨٦٠٤٠ م}^{\text{٢}}$$

مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها لإنشاء الجزء الأول من الجسر (أنظر الكروكى المبين فى شكل ٢٦٢) :

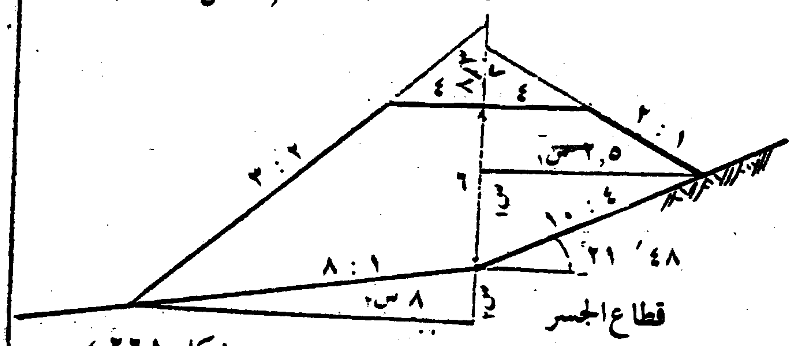
$$\text{المساحة} = (\text{١٦,٠٠} + \text{٨,٩٠}) \times \text{٥٠٠} + \frac{(\text{١٦,٠٠} + \text{٨,٩٠}) + \text{٨,٠٠}}{\text{٢}}$$

$$\times \text{٤٠٠} = \text{١٩٠٣٠ م}^{\text{٢}}$$



قطاع طولى

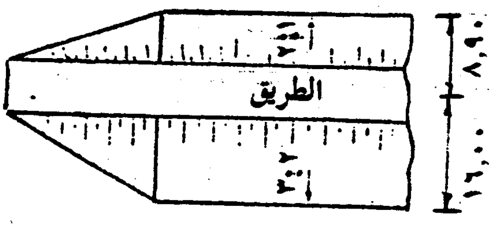
(شكل ٢٦٠)



قطاع الجسر

(شكل ٢٦١)

٤٠٠ م ــ ٥٠٠

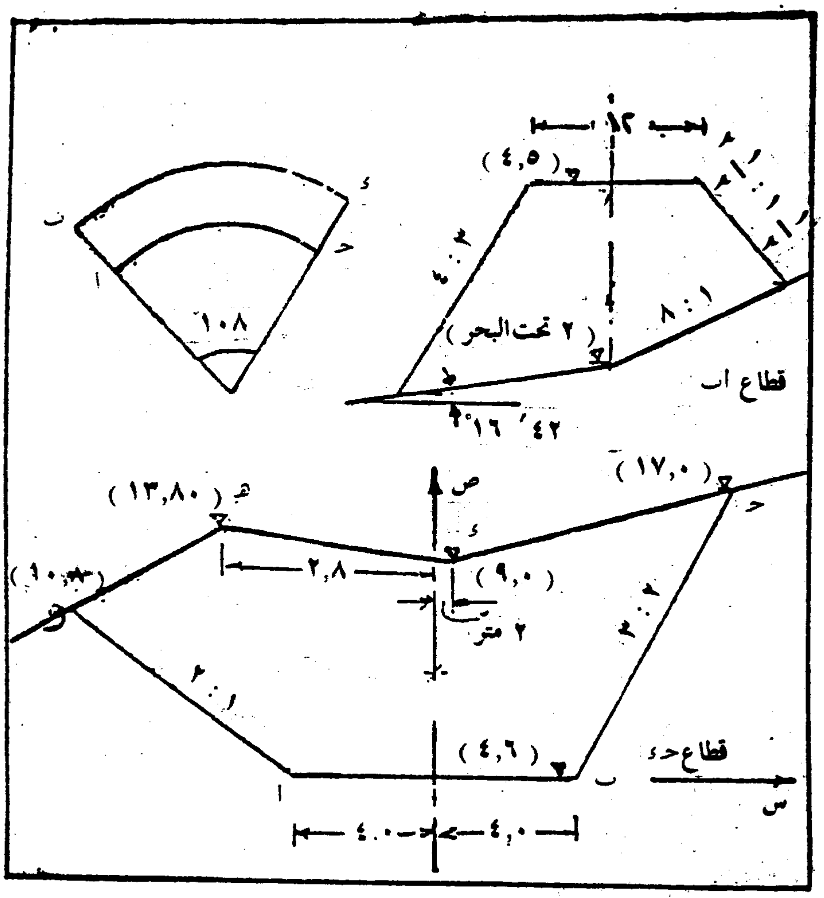


كروكي الأرض الواجب نزع ملكيتها

(شكل ٢٦٢)

تمرين (٤) :

طريق دائرى نصف قطره ١٤٠ متر ومسقطه الأفقى كما فى شكل (٢٦٣) وقطاعه فى أوله عند اب ردم وفى نهايته حـ ء حفر ما مقدار أتربة الردم اللازمة لإنشاء هذا الجسر (وبدون أخذ التقوس فى الاعتبار) وما مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها .



(شكل ٢٦٣)

الحل :

طول الطريق بين القطاعين اب ، حـ ى = س × θ° × $\frac{ط}{١٨٠°}$

= ١٤٠ × ١٠٨ × $\frac{ط}{١٨٠}$ = ٢٦٣,٨٩ متراً

ويلاحظ أنه يوجد بين القطاعين اب ، حـ ى قطاع ينفصل فيه الحفر عن الردم يكون بعده عن اب مساوياً (ل) وبعده عن حـ ى مساوياً (٢٦٣,٨٩ ـــ ل) ويتم تعيين الطول (ل) باستخدام النسبة بين مساحة القطاع الأول الى مساحة القطاع الثانى كما سنوضح .

للقطاع اب :

$ن_١$ = ١,٦٧

$ن_٢$ = ١,٣٣٣

$م_١$ = ٨

$م_٢$ = $\frac{١}{ظا ٤٢ ' ١٦°}$ = ٣,٣٣٣

وهذا القطاع ممكن إيجاد مساحته بالطريقة السابقة بمثل ما اتبع فى التمارين السابقة ، ونتائج الحسابات هى :

$ل_١$ = ١٣,٩٢ متر $ل_٢$ = ٢٤,٤٤ متر

مساحة القطاع = ١٨٠,٤٠ $م^٢$

للقطاع حـ ى :

توجد مساحة هذا القطاع بحساب احداثيات نقطة ا ، ب ، حـ ، ى ، هـ ، و من المعلومات المبينة على القطاع فى شكل (٢٦٣) وباستخدام محورين متعامدين س ، ص الأول ينطبق على سطح الإنشاء والثانى ينطبق على محور القطاع . وفيما يلى الاحداثيات المحسوبة للنقط :

النقطة	س	ص
ا	— ٤,٠٠	صفر
ب	+ ٤,٠٠	صفر
حـ	+ ٢٢,٦٠	+ ١٢,٤٠
ء	+ ٢,٠٠	+ ٤,٤٠
هـ	— ٢,٨٠	+ ٩,٢٠
و	— ١٦,٤٠	+ ٦,٢٠

ومساحة القطاع المحسوبة بطريقة الاحداثيات = ١٥١,٣٠ م^{٢}

$\text{ل}_{١}$ = $\text{س}_{\text{حـ}}$ = ٢٢,٦٠ متر

$\text{ل}_{٢}$ = $\text{س}_{\text{و}}$ = ١٦,٤٠ متر

لتعيين قطاع انفصال الحفر عن الردم :

$$\frac{\text{١٨٠,٤٠}}{\text{١٥١,٣٠}} = \frac{\text{ل}}{\text{٢٦٣,٨٩ — ل}}$$

∴ ل = بعد قطاع انفصال الحفر عن الردم عن القطاع اب = ١٤٣,٥٢ م

∴ حجم أتربة الردم اللازمة = $\frac{\text{صفر} \times \text{١٨٠,٤٠}}{\text{٢}} \times$ ١٤٣,٥٢ = ١٢٩٤٥,٥٠ م^{٣}

مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها :

نحدد أولاً عرض الطريق عند قطاع انفصال الحفر عن الردم (لأن عرض الطريق متغير) وليكن هذا العرض مساوياً $\text{ب}_{\text{صفر}}$

$$\text{ب}_{\text{صفر}} = \text{٨,٠٠} + \frac{\text{٤} \times (\text{١٤٣,٥ — ٢٦٣,٨٩})}{\text{٢٦٣,٨٩}} = \text{٩,٨٢ متر}$$

ويمكن بطريقة تقريبية حساب المساحة باعتبار انها عبارة عن مجموع مساحتى شبهى منحرفين الأول من قطاع اب وحتى قطاع صفر حفر ردم والثانى من قطاع صفر حفر ردم وحتى قطاع حـء

$$\therefore \text{المساحة} = \frac{(\text{٢٤,٤٤} + \text{١٣,٩٢}) + \text{٩,٨٢}}{\text{٢}} \times \text{١٤٣,٥٢}$$

$$+ \frac{(\text{١٦,٤٠} + \text{٢٢,٦٠}) + \text{٩,٨٢}}{\text{٢}} \times (\text{٢٦٣,٨٩} - \text{١٤٣,٥٢})$$

$$= \text{٦٣٩٥,٦٣}\ \text{م}^{\text{٢}}$$

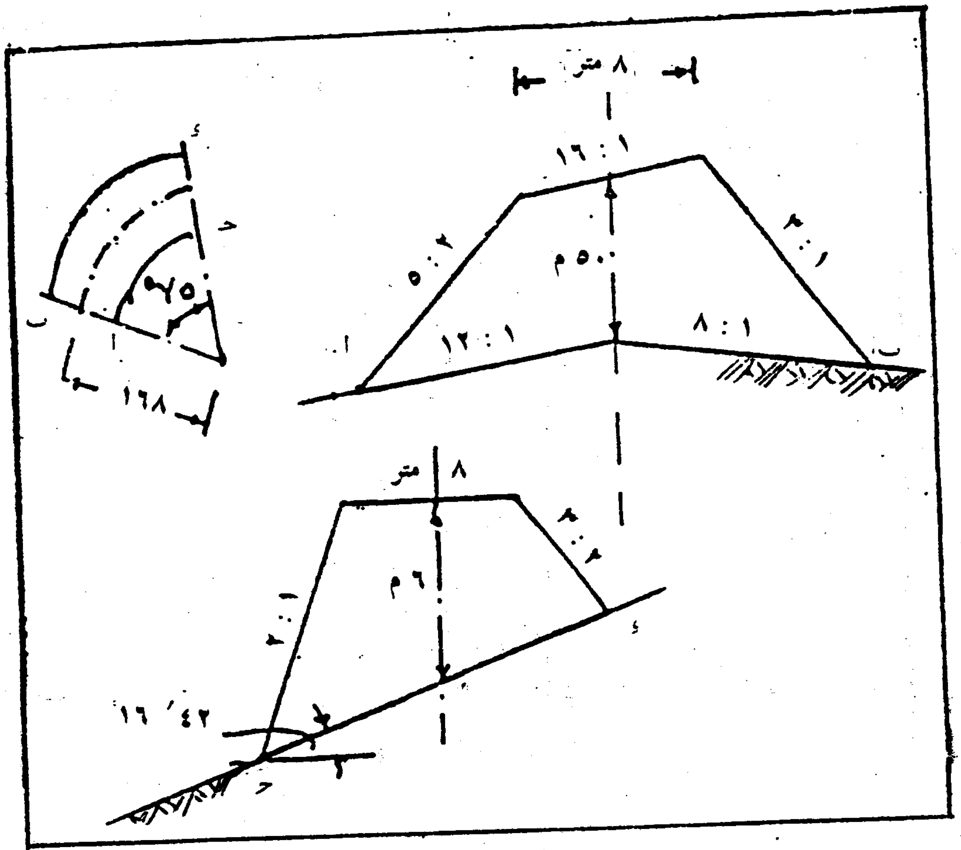
تمرين (٥) :

يراد حساب كميات الأتربة اللازمة لتنفيذ جسر دائرى مبين قطاعى بدايته ونهايته والمسقط الأفقى له فى شكل (٢٦٤) ، احسب :

أولاً : الكميات بطريقة تقريبية .

ثانياً : الكميات بالطريقة الدقيقة .

ثالثاً : مساحة الأرض المطلوب نزع ملكيتها لتنفيذ الجسر .



(شكل ٢٦٤)

الحـل :

القطاع حـ ء يمكن حساب مساحته وأبعاده باستخدام الطريقة العامة أو باستخدام المعادلات (١٠٨ ـــ ١١٧) حيث :

ب = ٨,٠٠ متر ، ع = ٦,٠٠ متر ، ن$_1$ = ١,٥ ، ن$_2$ = ٢

م = $\frac{1}{\text{ظا } 16^\circ\ 42'}$ = ٣,٣٣٣

وبذا تكون ل$_1$ = ٨,٩٧ متر

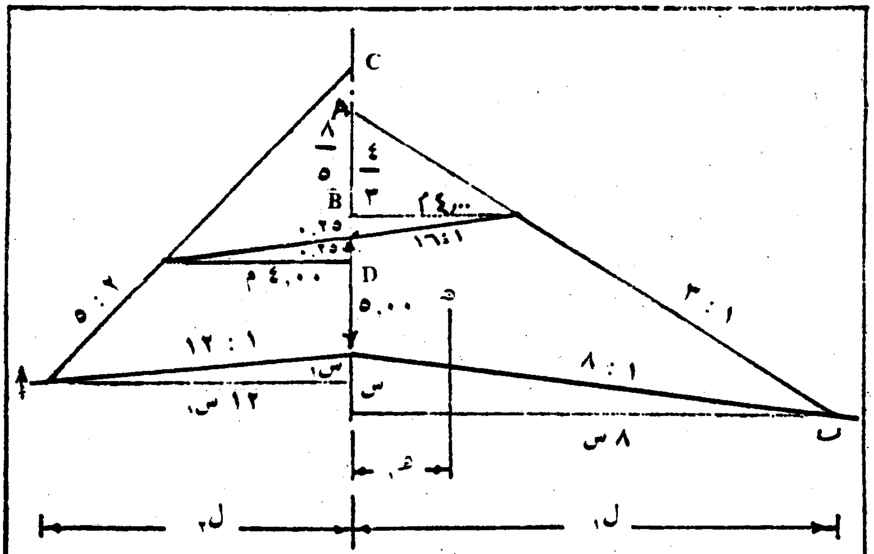
مساحة الجزء الأيمن من القطاع = ٣٣,٥٣ م^2

مساحة الجزء الأيسر من القطاع = ١٥٦,٠٠ م^2 > من مساحة الجزء الأيمن

∴ مركز الثقل يقع فى هذه المساحة

المساحة الكلية للقطاع = ١٨٩,٥٣ م^2

ويلاحظ هنا أن مركز ثقل القطاع سيكون على يسار المحور وعلى بعد منه



القطاع الأول ا ـــ ب

(شكل ٢٦٥)

$$هـ_٢ = \frac{ل_١ \; ل_٢ \; (ل_١ + ل_٢)}{٣ \; م \; س} = \frac{(٣٣,٥٣+٨,٩٧)×٣٣,٥٣×٨,٩٧}{١٨٩,٥٣ × ٣,٣٣٣ × ٣}$$

$$= ٦,٧٤٤ \; م$$

وبالرجوع الى شكل (٢٦٥) الذى يبين تفاصيل هندسة القطاع اب نجد أن :

للجزء الأيمن من القطاع :

AB = $\frac{٤}{٣}$ متر ، نصف طول BD = ٠,٢٥ متر

وعلى ذلك :

$$\frac{٨ \; س}{٤} = \frac{س + ٥,٠٠ + ٠,٢٥ + \frac{٤}{٣}}{\frac{٤}{٣}}$$

∴ س = ٣,٩٥ متر

∴ $ل_١$ = ٨ س = ٣١,٦٠ متر

$$مساحة الجزء الأيمن = \frac{(٤,٠٠+٣١,٦٠)}{٢}×(٣,٩٥+٥,٠٠+٠,٢٥)$$

$$-\frac{١}{٢}×٠,٢٥×٤-\frac{١}{٢}×٣,٩٥×٣١,٦٠$$

$$= ٩٩,٨٥ \; م^٢$$

الجزء الأيسر : من الشكل طول CD = $\frac{٨}{٥}$ ونصف طول BD = ٠,٦٥ وعليه

$$\frac{١٢ \; س_١}{٤,٠٠} = \frac{س_١ + ٥,٠٠ - ٠,٢٥ + \frac{٨}{٥}}{\frac{٨}{٥}}$$

∴ $س_١$ = ١,٦٧ متر

∴ $ل_٢$ = ١٢ $س_١$ = ٢٠,٠٤ متر

$$مساحة الجزء الأيسر = \frac{(٤,٠٠+٢٠,٠٤)}{٢} × (١,٦٧+٥,٠٠-٠,٢٥)$$

$$+ \frac{١}{٢} × ٤,٠٠ × ٠,٢٥$$

= ٧٦,٦٧ م^{٢}

∴ مساحة القطاع كله = ١٧٦,١٥٢ م^{٢}

وعلى هذا يكون مركز ثقل القطاع واقع على يمين المحور وعلى بعد هـ$_{١}$ حيث :

$$هـ_{١} = \frac{ل_{١} . ل_{٢} (ل_{١} + ل_{٢})}{٣ ط . س}$$

وفى هذه المعادلة يمكن أخذ (١: ط) قيمة متوسط من إنحدارى سطح الأرض الطبيعية أى أن :

١ : ط = ١ : ١٠ تقريبا . وعلى هذا

$$هـ_{١} = \frac{٣١,٦٠ \times ٢٠,٠٤ (٣١,٦٠ + ٢٠,٠٤)}{٣ \times ١٧٦,٥٢ \times ١٠}$$

= ٦,١٧٥ متر

وبذلك يمكن حساب كميات الأتربة اللازمة لتنفيذ الجسر بالطريقتين التقريبية والدقيقة كالآتى :

بالطريقة التقريبية :

حجم الأتربة = متوسط مساحة القطاعين × طول المحور

$$طول\ المحور = نق \times \frac{\theta^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} \times ط \qquad = ٢١٩,٩\ م$$

$$\cong ٢٢٠\ م$$

$$∴ حجم\ الأتربة = \frac{١٧٦,٥٢ + ١٨٩,٥٣}{٢} \times ٢٢٠ = ٤٠٢٦٥,٥٠\ م^{٣}$$

بالطريقة الدقيقة :

$$حجم\ الأتربة = \frac{ل}{٢} (س_{١} + س_{٢}) (١ \pm \frac{هـ}{نق})$$

حيث هـ يعد مركز ثقل القطاع المتوسط عن المحور

$$\text{هـ} = \frac{+\text{هـ}_{١} - \text{هـ}_{٢}}{٢} = \frac{+ ٦,١٧٥ - ٦,٧٤٤}{٢} = - ٠,٢٨٤٥$$

وذلك لأن مركز القطاع الأول للخارج من مركز التقوس فى حين أن مركز ثقل القطاع الثانى للداخل بالنسبة لمركز التقوس

$$\text{حجم الأتربة بالطريقة الدقيقة} = \frac{٢٢٠}{٢} \left(١٨٩,٥٣ + ١٧٦,٥٢ \right)$$

$$\times \left(١ - \frac{٠,٢٨٤٥}{١٦٨} \right) = ٤٠١٩٧,٣١ \text{ م}^{٣}$$

ثانياً : حساب المكعبات من مناسيب النقط

تستعمل هذه الطريقة غالباً عند تسوية الأرض على منسوب معين لإزالة أتربة من مرتفع أو ردم منخفض حتى منسوب التسوية . ومن الأغراض الهامة أيضاً إننا نحتاج أحيانا عند إنشاء الطرق والجسور إلى قرض بعض الأتربة التى نحصل عليها بحفر منطقة مجاورة للمشروع ومثل هذه الحفرات نسميها حفرات القرض (Borrow Bits) . وهناك عدة حالات نوردها فيما يلي :

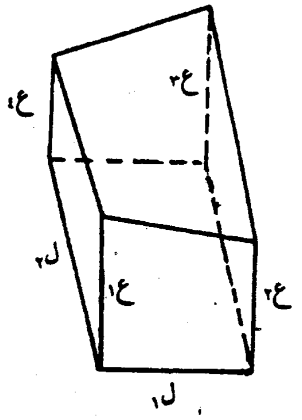
أولاً : حدود الأرض هى حدود مستقيمة تشكل مستطيلات :

فإذا كان لدينا قطعة أرض على شكل مستطيل ويراد تسويتها على منسوب واحد ، فإن هناك احتمال أن نجري عمليات حفر أو عمليات ردم أو عمليات حفر وردم فى نفس الوقت لإجراء التسوية المطلوبة .

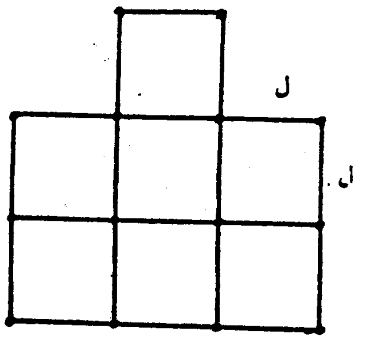
ولحساب حجم الحفر أو الردم بفرض أن فروق الإرتفاعات لهذه القطعة عند أركان المستطيل هى $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$ فيكون لدينا متوازى المستطيلات الناقص (شكل ٢٦٦) مساحةقاعدتهم هى مساحة القطعة المستطيلة وبذا يكون الحجم :

$$ح = م \left[\frac{ع_١ + ع_٢ + ع_٣ + ع_٤}{٤} \right] \quad ... (١٣٨)$$

وإذا كانت مساحة الأرض كبيرة فإنها تقسم إلى مجموعة من المستطيلات أو المربعات (شكل ٢٦٧) على غرار الميزانية الشبكية وتوجد مناسيب أركان المستطيلات أو المربعات التى قسمت إليها القطعة ، ولو فرض فى هذه الحالة أن العملية كلها حفر أو كلها ردم فنعين أولاً إرتفاع كل ركن من أركان المستطيلات عن منسوب المستوى المطلوب التسوية عليه ويكون الحجم الكلى للحفر أو الردم فى هذه الحالة على ضوء المعادلة (١٣٨) مساوياً :



(شكل ٢٦٦)



(شكل ٢٦٧)

$$ح = \frac{م}{٤} (ع_١ + ٢ ع_٢ + ٣ ع_٣ + ٤ ع_٤ + \ldots) \quad \ldots (١٣٩)$$

حيث م مساحة المستطيل أو المربع الواحد.

$ع_١$ = مجموع ارتفاعات الحفر أو الردم المشتركة فى جزء واحد .

$ع_٢$ = مجموع ارتفاعات الحفر أو الردم المشتركة فى جزءين (أى التى تكرر فى الحساب مرتين) .

$ع_٣$ = مجموع ارتفاعات الحفر أو الردم المشتركة فى ثلاث أجزاء (أى ارتفاعات تكرر فى الحسابات ثلاث مرات) .

$ع_٤$ = مجموع ارتفاعات الحفر أو الردم المشتركة فى أربع أجزاء وهكذا .

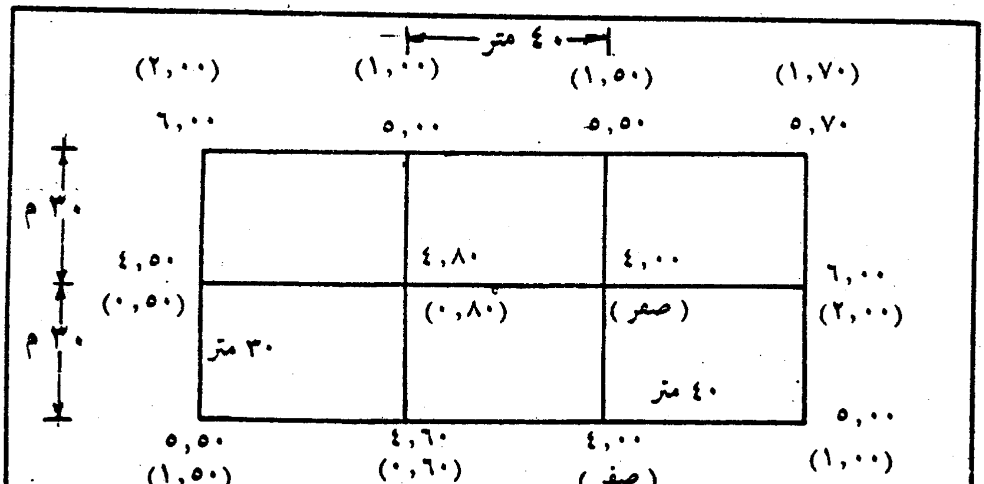
أما إذا كانت المساحة مقسمة إلى مثلثات متساوية فى المساحة فيكون الحجم الناتج عند التسوية هو :

$$ح = \frac{م}{٣} (ع_١ + ٢ ع_٢ + ٣ ع_٣ ...) \quad ... (١٤٠)$$

مثال :

قطعة أرض طولها ١٢٠ متراً وعرضها ٦٠ متراً شكل (٢٦٨) عملت لها ميزانية شبكية بتقسيمها إلى مستطيلات متساوية وعينت مناسيب الأركان لكل من المستطيلات ، والمطلوب حساب مقدار الحفر اللازم لتسوية هذه المنطقة على منسوب (٤,٠٠) .

فى شكل (٢٦٨) بين مناسيب الأركان وبين ارتفاعات الحفر اللازم عندها (الأرقام بين الأقواس) . ولحساب الحجم لمكعبات الحفر نلاحظ أن الارتفاعات تتكرر إما مرة واحدة أو مرتين أو أربعة مرات عند الحساب وبذا فإن :



(شكل ٢٦٨)

ع١	ع٢	ع٣	ع٤
١,٧٠	١,٥٠	—	صفر
٢,٠٠	١,٠٠	—	٠,٨٠
١,٠٠	٠,٥٠	—	
١,٥٠	٠,٦٠		
	صفر		
	٢,٠٠		
٦,٢٠	٥,٦٠	صفر	٠,٨٠

ولما كانت أبعاد المستطيل الواحد هى ٤٠ × ٣٠ متر فإن الحجم (ح) يكون مساويا :

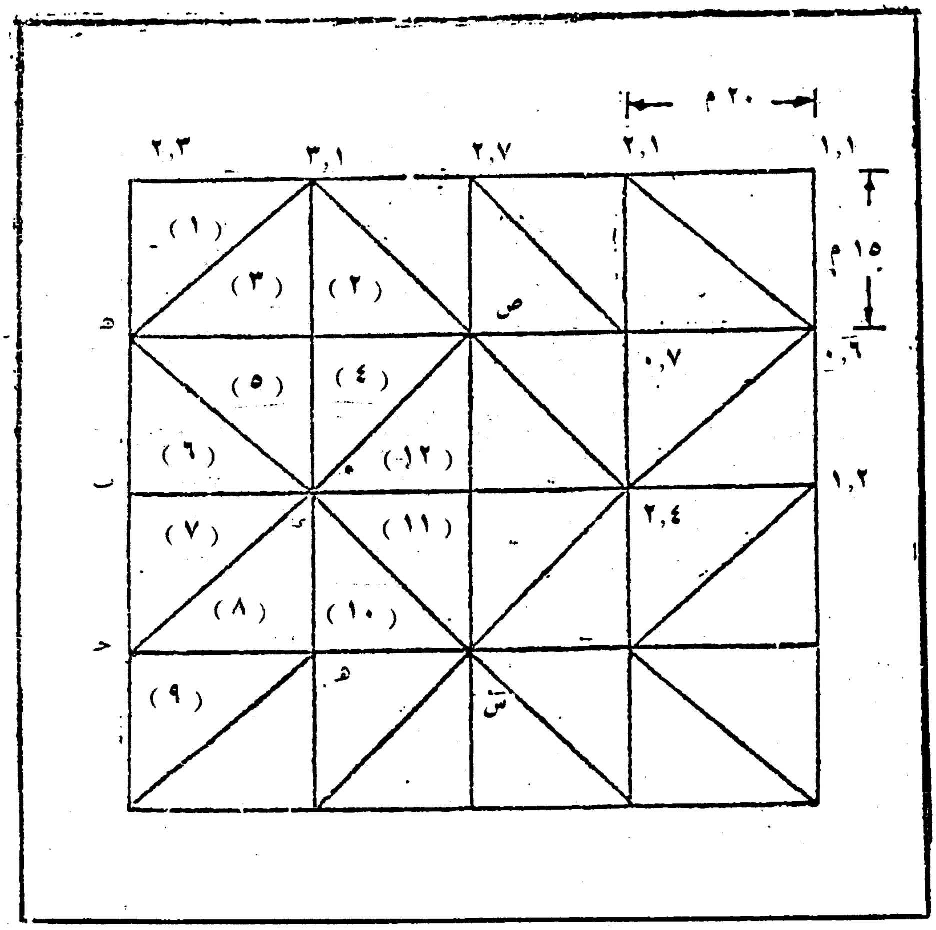
ح = $\frac{٤٠ \times ٣٠}{٤}$ [٦,٢٠ + ٢ × ٥,٦٠ + ٣ × صفر + ٤ × ٠,٨٠]

= ٦١٨ م^{٣}

وتقسيم الأرض إلى مثلثات أو مربعات أو مستطيلات كما فى شكل (٢٦٩) يتوقف على طبيعة الأرض ومقدار الدقة المطلوبة ، وأحسن النتائج التى يمكن أن نحصل عليها تكون بتقسيم الأرض إلى مثلثات بأقطار المستطيلات تختار ونحن فى الغيط القطر الذى يطابق سطح الأرض ، إذ أحيانا يكون سطح الأرض داخل المستطيل عبارة عن مستويين ، فنصل القطر الذى يقسم السطح إلى مستوين نعالج كل جزء على حدة على أنه متوازى مستطيلات مثلثى ناقص .

ونلاحظ فى شكل (٢٦٩) أن الارتفاع عند (ا) مشترك فى جزء واحد ، وعند (ب) مشترك فى الجزئين (٦ ، ٧) وعند (حـ) فى ثلاثة أجزاء (٧ ، ٨ ، ٩) وهكذا حتى ء المشتركة فى ثمانية أجزاء (أى ثمانية

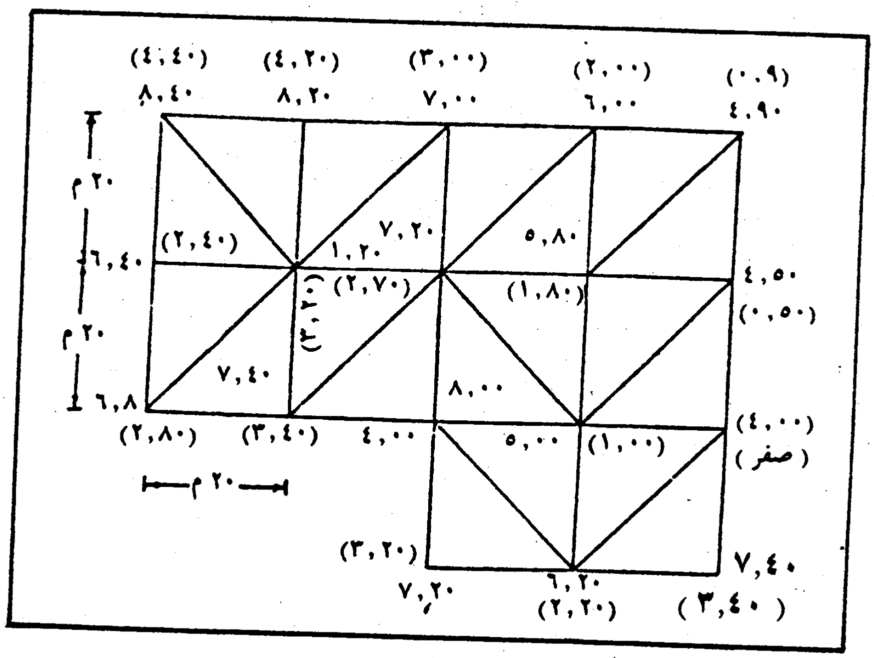
متوازى مستطيلات ناقصة) وهو أكبر عدد من الأجزاء يشترك فى نقطة واحدة .



(شكل ٢٦٩)

مثال :

قطعة أرض مبينة فى شكل (٢٧٠) ــ عينت مناسيب أركانها ووصلت الأقطار المطابقة لسطح الأرض والمطلوب حساب مقدار الحفر اللازم لتسوية هذه المنطقة على منسوب (٤,٠٠) .



(شكل ٢٧٠)

الحل :

ع١	ع٢	ع٣	ع٤	ع٥	ع٦	ع٧
٣,٤٠ ٣,٢٠	٠,٩ ٤,٢ ٤,٤ ٢,٤ ٢,٨	٢,٠٠ ٣,٠٠ ٠,٨٠ صفر ٣,٤٠	٤,٠٠ ٢,٢٠	١,٨٠	١,٠٠	٢,٧٠ ٣,٣٠
٦,٦٠	١٤,٧	٩,٢٠	٦,٢٠	١,٨٠	١,٠٠	٥,٩٠

الحجم المطلوب = $\frac{م}{٣}$ ($ع_١$ + ٢ $ع_٢$ + ٣ $ع_٣$ + ٤ $ع_٤$ + ٥ $ع_٥$

+ ٦ $ع_٦$ + ٧ $ع_٧$)

حيث م هى مساحة المثلث = $\frac{٢٠ \times ٢٠}{٢}$ = ٢٠٠ متر مربع

الحجم المطلوب = $\frac{٢٠٠}{٣}$ (٦,٦٠ + ٢ × ١٤,٧ + ٣ × ٩,٢٠ + ٤

× ٦,٢٠ + ٥ × ١,٨٠ + ٦ × ١,٠٠ + ٧

× ٥,٩٠)

= $\frac{٢٠٠}{٣}$ (٦,٦٠ + ٢٩,٤٠ + ٢٧,٦٠ + ٢٤,٨٠ + ٩,٠٠

+ ٦,٠٠ + ٤١,٣٠)

= ١٤٤,٧٠ × $\frac{٢٠٠}{٣}$ = ٩٦٤٦,٦٦ متر مكعب

ثانياً : حدود الأرض متعرجة لا تنطبق على المربعات ، المكعبات كلها حفر أو كلها ردم :

فى معظم الحالات لا يمكن تقسيم الأرض إلى مستطيلات أو مربعات كاملة لتعرج أو تكسر الحدود أو عدم إنتظامها ، وبذا ينتج لنا عدد من الأجسام غير منتظمة عند الحدود ومقطع أغلبها شبه منحرف أو مثلث ويمكن تطبيق قاعدة متوازى المستطيلات الناقص عليها .

مثال :

شكل (٢٧١) قطعة أرض مبين عليها إرتفاع الحفر عند كل ركن يراد تسوية الجزء داخل الحدود المبينة بخطوط متقطعة . ما مقدار الأتربة اللازمة .

الحل :

الأجسام التى مقطعها مربعات كاملة يتبع فيها الطريقة المبينة فى المثال السابق أما الأجزاء الغير منتظمة فسنأخذ جزءاً واحداً منها على سبيل المثال ونتبع نفس الطريقة فى الأجزاء الأخرى .

حساب الجزء ى هـ و

وتوجد لذلك طريقتان :

الطريقة الأولى : شكل (٢٧٢)

ف$_{١}$ تحسب على أساس أنها متوازى مستطيلات ثلاثى ناقص

$$ف_{١} = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٢٠ \times \frac{٢ + ٣ + ٣}{٣} = ٢٦٦,٧ م^{٢}$$

تقسم المساحة س ص هـ ن إلى جزئين ثلاثيين ويتم التقسيم بالقطر ص ن أو القطر س هـ فإذا أخترنا س هـ وهو الذى يطابق سطح الأرض فيكون الحجم :

$$ف_{٢} = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٢٠ \times \frac{٣ + ٣ + ٢}{٢} = ٢٦٦,٧ م^{٢}$$

$$ف_{٣} = \frac{١}{٢} \times ٢٠ \times ٢٠ \times \frac{٠ + ٣ + ٢}{٢} = ٣٣٣,٣ م^{٢}$$

$$\therefore \text{الحجم الكلى} = ٨٦٦,٧ م^{٢}$$

الطريقة الثانية : شكل (٢٧٣) :

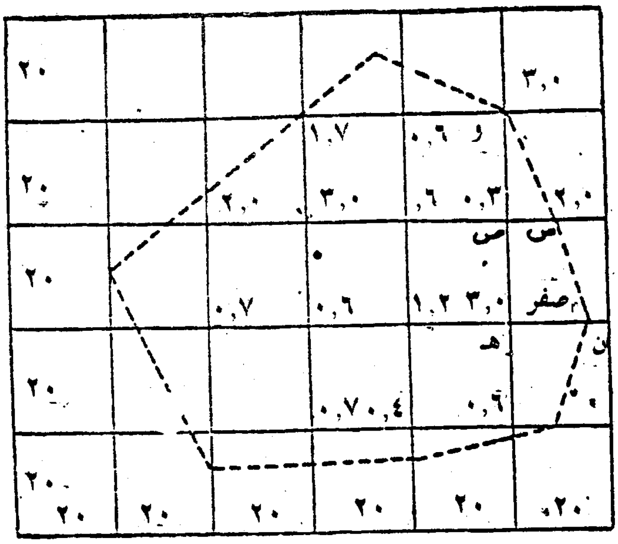
تقسم المساحة إلى ف$_{٤}$ (المستطيل س ص هـ ل) ، ف$_{٥}$ (المثلث س ل ن) . بقياس ن ل ، ل هـ نستنتج بالنسبة والتناسب منسوب ل = ١,٥ متر

$$\text{الجزء } ف_{٤} = ١٠ \times ٢٠ \times \frac{٣ + ١,٥ + ٢ + ٣}{٤} = ٤٧٥,٠ م^{٢}$$

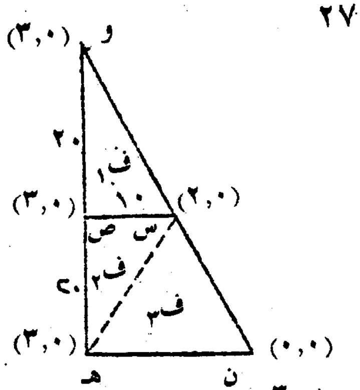
$$\text{الجزء } ف_{٥} = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٢٠ \times \frac{١,٥ + ٢,٠ + ٠,٠}{٣} = ١١٦,٧ م^{٢}$$

$$\therefore \text{الحجم الكلى} = ٢٦٦,٧ + ٤٧٥,٠ + ١١٦,٧ = ٨٥٨,٤ م^{٢}$$

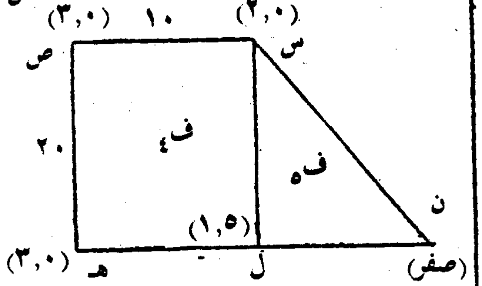
ويجب فى الحالة الأولى اختيار القطر الذى يطابق الأرض وإلا كانت النتيجة عرضة للخطأ .



شكل ٢٧١



شكل ٢٧٢



شكل ٢٧٣

الحالة الثالثة ــ حدود الأرض منتظمة أو غير منتظمة وبعض الكميات حفر وبعضها ردم .

فى الحياة العملية كثيراً ما تقابل عند تسوية الأرض على منسوب ما أن

ببعض الأجزاء حفر والأخرى ردم . وتفادياً للخلط فى تطبيق القواعد السالفة نعطى الأرتفاع عند الأركان علامة موجبة إذا كان حفر .

ولحساب مكعبات الحفر أو الردم فى هذه الحالة هناك طريقتان .

١ ــ إما أن نعين الخط الذى يفصل بين الحفر والردم ، وهو فى الواقع خط غير منتظم عبارة عن خط كنتور منسوبه منسوب التسوية ولا يوجد حفر أو ردم عند أى نقطة عليه (ويطلق عليه كنتور صفر حفر ــ ردم) ومن ثم تحسب المكعبات بالطرق السابقة .

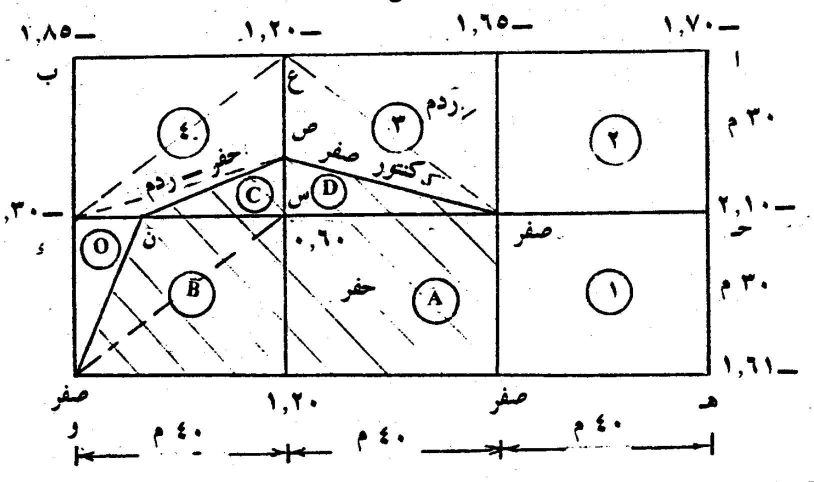
٢ ــ وإما أن نقوم برسم قطاعات عرضية فى المنطقة من واقع إرتفاعات الحفر والردم المعطاة على الشبكة ، ثم يحسب الحجم المحصور بين كل قطاعين متتالين سواء كان حفراً أو ردماً وذلك بمثل ما اتبع سابقاً فى حساب الحجوم من القطاعات .

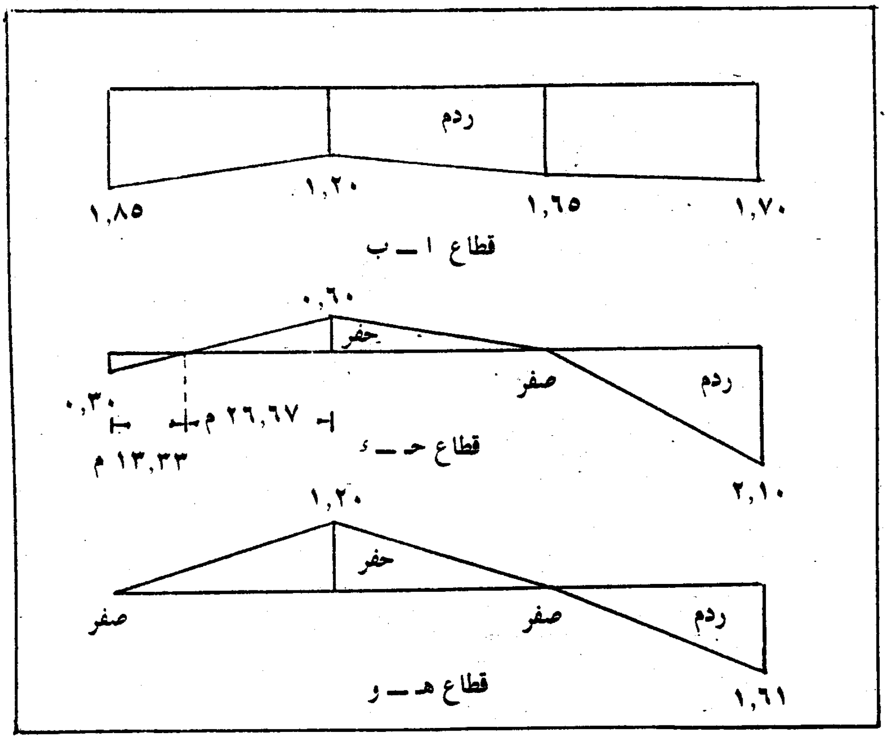
والمثال التالى يوضح طريقة الحساب فى الحالتين .

مثال : شكل (٢٧٤) يبين إرتفاعات الحفر والردم عند الأركان لشبكة والمطلوب حساب مكعبات الحفر والردم :

أولاً ــ بطريقة كنتور صفر حفر ــ ردم .
ثانياً ــ من واقع قطاعات مأخوذة من الشبكة .

شكل ٢٧٤





شكل ٢٧٥

الحـــل :

أولاً : حساب المكعبات بطريقة كنتور صفر حفر ـ ردم

١ ـ نبدأ أولاً بتحديد خـط كنتور صفر ـ حفر ـ ردم بتعيين النقط التى ينعدم فيها الحفر والردم وذلك بالطريقة الحسابية وبمثل ما اتبع فى تعيين خطوط الكنتور ، على أن نصل هذه النقط حسب قواعد خطوط الكنتور ولكن بخطوط مستقيمة . ومن شكل (٢٧٤) نجد أن نقطة (ص) هى نقطة فاصلة بين ردم عند النقطة (ع) قدره ١,٢٠ متر وحفر عند النقطة (س) قدره ٠,٦٠ متر وعلى ذلك تكون :

$$\frac{\text{س ص}}{\text{٣٠ ـ س ص}} = \frac{\text{٠,٦٠}}{\text{١,٢٠}}$$

ومنها س ص = ١٠ متر ، ص ع = ٢٠ متر

وبالمثل نقطة (ن) نقطة تفصل بين الحفر والردم بين نهايتى الخط س ى وعلى ذلك تكون :

$$\frac{\text{س ن}}{\text{٤٠ — س ن}} = \frac{٠,٦٠}{٠,٣٠}$$

ومنها س ن = ٢٦,٦٧ متر ، ن ى = ١٣,٣٣ متر

ولقد بينا خط كنتور صفر حفر — ردم على شكل (٢٧٤) ورمزنا للمناطق التى سيتم فيها الردم بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وللمناطق التى سيتم فيها الحفر بالحروف A ، B ، C ، D .

٢ — عند حساب المكعبات — سواء للحفر أو الردم — تأخذ الأجسام التى مقطعها مستطيلات كاملة على حدة ويحسب الحجم لكل منها بأعتباره منشور قاعدته هذا المستطيل وارتفاعه هو الأرتفاع المتوسط لأرتفاعاته الأربعة . أما الأجسام التى قاعدتها غير مستطيلة فتقسم إلى مناشير قاعدة أى منها مثلث ويتم ذلك بأختيار الأقطار التى تطابق سطح الأرض والتى بينت الخبرة أنها الأقطار التى يكون الفرق بين منسوبى نهاياتها أقل ما يمكن . فعلى سبيل المثال عند حساب الحجم (٣) ردم نجد أن المقطع شبه منحرف وعلى ذلك يقسم بقطر واحد يكون الفرق بين منسوبيه أقل ما يمكن وهذا ينطبق على القطر الذى يصل بين الارتفاعين (صفر) ، (— ١,٢٠) وقد تم التوصيل بخطوط متقطعة . وعند حساب الحجم (٤) ردم نجد أن المقطع مضلع خماسى الأضلاع لذا تقسم القاعدة إلى ثلاثة مثلثات بالأقطار ذات.فرق المنسوب الأقل وهى هنا فى هذه الحالة القطر (ع ى) والقطر (ص ى) . وفى المنطقة (B) حفر تم اختيار القطر الواصل بين ارتفاعى (صفر) ، (٠,٦٠) .

وبذلك تكون كميات أتربة الردم مساوية :

الكمية (١) + (٢) = $\frac{٤٠ \times ٣٠}{٤}$ [(١,٧٠ + ١,٦٥ + صفر + ١,٦١) + ٢ × (٢,١٠ + صفر)] = ٢٧٤٨,٠٠ م^{٣}

الكمية (٣) = ١/٢ × ٤٠ × ٣٠ × (١,٢٠ + ١,٦٥ + صفر) / ٣

+ ١/٢ × ٤٠ × ٢٠ × (١,٢٠ + صفر + صفر) / ٣

= ٥٧٠,٠٠ + ١٦٠,٠٠ = ٧٣٠,٠٠ م٣

الكمية (٤) = ١/٢ × ٤٠ × ٣٠ × (١,٢٠ + ١,٨٥ + ٠,٣٠) / ٣

+ ١/٢ × ٢٠ × ٤٠ × (١,٢٠ + ٠,٣٠ + صفر) / ٣

+ ١/٢ × ١٣,٣٣ × ١٠ × (٠,٣٠ + صفر + صفر) / ٣

= ٦٧٠,٠٠ + ٢٠٠,٠٠ + ٦,٦٦٥ = ٨٧٦,٦٦٥ م٣

الكمية (٥) = ١/٢ × ١٣,٣٣ × ٣٠ × (٠,٣٠ + صفر + صفر) / ٣

= ١٩,٩٩٥ م٣

∴ كمية أتربة الردم الكلية = ٤٣٧٤,٦٦ م٣

وتكون كميات أتربة الحفر مساوية :

(A) = ٣٠ × ٤٠ × (٠,٦٠ + ١,٢٠ + صفر + صفر) / ٤ = ٥٤٠,٠٠ م٣

(B) = ١/٢ × ٤٠ × ٣٠ × (١,٢٠ + ٠,٦٠ + صفر) / ٣

+ ١/٢ × ٢٦,٦٧ × ٣٠ × (٠,٦٠ + صفر + صفر) / ٣

= ٣٦٠,٠٠ + ٨٠,٠١ = ٤٤٠,٠١ م٣

(C) = ١/٢ × ٢٦,٦٧ × ١٠ × (٠,٦٠ + صفر + صفر) / ٣ = ٢٦,٦٧ م٣

(D) = ١/٢ × ١٠ × ٤٠ × (٠,٦٠ + صفر + صفر) / ٣ = ٤٠,٠٠ م٣

∴ كمية أتربة الحفر الكلية = ١٠٤٦,٦٨ م٣

ثانياً : حساب المكعبات من واقع قطاعات مأخوذة من الشبكة :

من شكل (٢٧٤) نلاحظ أنه يمكننا رسم قطاعات عرضية من واقع الأرتفاعات المبينة للشبكة . وهذه القطاعات ممكن أن تكون موازية للأتجاه ا ب أو موازية للاتجاه ا هـ ، إلا أنه عند حساب الكميات من واقع قطاعات فى شبكة معينة يجب مراعاة النقاط الآتية :

١ ــ يؤخذ الاتجاه الذى يعطى أقل عدد من القطاعات .

٢ ــ عندما يكون عدد القطاعات فى إتجاه ما قريباً من عدد القطاعات فى الاتجاه الآخر (أو مساوية) فتؤخذ القطاعات التى تكون المسافات بينها أقل من المسافات بين القطاعات فى الاتجاه الآخر .

وعلى ضوء ذلك فأننا فى المثال سوف نتعامل مع القطاعات الموازية للاتجاه ا ب فهى تحقق الشرطين السابقين ــ العدد الأقل (ثلاثة قطاعات) والمسافة الأقل (٣٠ متر بدلاً من ٤٠ متر فى الأتجاه الآخر) .

وفى شكل (٢٧٥) تم رسم القطاعات الثلاثة المتوازية والموازية للأتجاه ا ب وهى على الترتيب قطاع ا ب ، قطاع حـ ء ، قطاع هـ و ولقد بينا مناطق الحفر والردم على كل قطاع .

ولحساب الكميات يتم حساب مساحة الحفر ومساحة الردم فى كل قطاع ثم نقوم بحساب الكميات بمثل ما اتبع فى طريقة القطاعات العرضية المتوازية وبذا يكون :

للقطاع ا ب :

مساحة الحفر = $س_{١ حفر}$ = صفر

مساحة الردم = $س_{١ ردم}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ [١,٧٠ + ١,٨٥ + ٢ (١,٦٥ + ١,٢٠)]

= ١٨٥,٠٠ $م^٢$

للقطاع حـ ء

$س_{٢ حفر}$ = مساحة الحفر = $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٠,٦٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٢٦,٦٧ × ٠,٦٠

= ٢٠,٠٠ $م^٢$

س٢ ردم = مساحة الردم = ١/٢ × ٤٠ × ٢,١٠ + ١/٢ × ١٣,٣٣ × ٠,٣٠

= ٤٤,٠٠ م٢

للقطاع هـ و :

س٣ حفر = ٢ × ١/٢ × ٤٠ × ١,٢٠ = ٤٨,٠٠ م٢

س٣ ردم = ١/٢ × ٤٠ × ١,٦١ = ٣٢,٢٠ م٢

حجم أتربة الحفر = ل/٢ [س١ حفر + س٣ حفر + ٢ سَ٢ حفر]

حيث ل = المسافة بين القطاعات المتوازية

∴ ح حفر = ٣٠/٢ [صفر + ٤٨,٠٠ + ٢ × ٢٠] = ١٣٢٠,٠٠ م٣

ح ردم = ٣٠/٢ [١٨٥,٠٠ + ٣٢,٢٠ + ٢ × ٤٤,٠٠] = ٤٥٧٨,٠٠ م٣

ويجب الأشارة هنا إلى عدم اتفاق النتائج عند الحساب للكميات بطريقة كنتور صفر حفر ـــ ردم وطريقة القطاعات من الشبكة وذلك لعوامل عديدة أهمها عدم تتابع مناطق الحفر والردم فى القطاعات بل قد تكون هناك منطقة حفر فى قطاع ما يناظرها منطقة ردم فى القطاع التالى ، وقـــد لا يكون هناك حفر على الإطلاق فى قطاع ما مع وجود حفر فى القطاع الذى يليه مما يعنى وجود منطقة بين القطاعين تفصل بين الحفر والردم وهذا ما لم يؤخذ فى الحسبان عند الحساب بطريقة القطاعات .

وطريقة كنتور صفر ـــ حفر ـــ ردم هى الأدق عند تعيين الكميات من واقع المناسيب ، وعند الحساب بطريقة القطاعات من المناسيب للشبكة فإنها تعطى نتائج أقرب للحقيقة إذا ما تتابعت مناطق الحفر أو الردم فى القطاعات المتتالية أى عندما تكون مناطق الحفر أو الردم فى نفس الأجزاء من القطاعات المتتالية .

حساب كميات الحفر والردم عندما يكون سطح التسوية منحدراً :

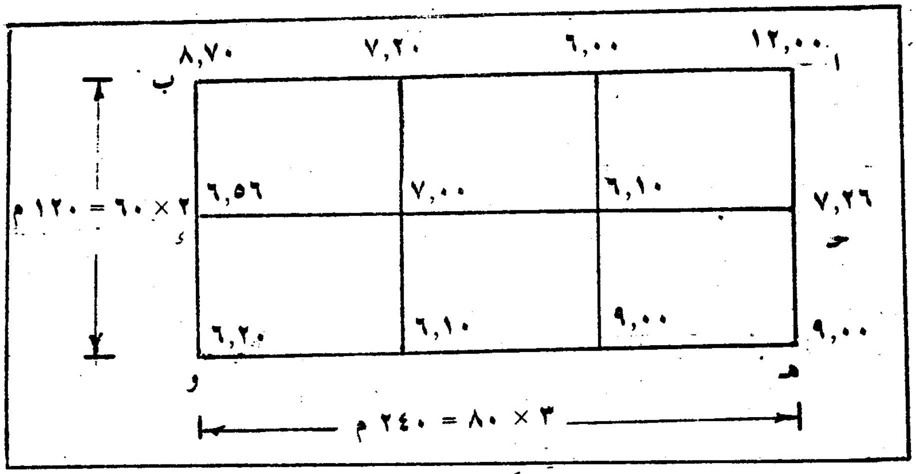
فى كثير من الأحيان يكون المطلوب اجراء التسوية بحيث يكون سطح الأنشاء منحدراً فى إتجاه واحد بمقدار معين . وفى هذه الحالة تعد ميزانية شبكية للمنطقة ويعطى منسوب أحد خطوط الشبكة بأعتباره منسوب خط أفقى واقع على سطح الأنشاء ويعطى مقدار وانحدار سطح التسوية فى الاتجاه العمودى على الخط الأفقى والذى منه — وبمعلومية منسوب الخط الأفقى — يتم حساب مناسيب التسوية لباقى خطوط الشبكة وبالتالى يتم حساب ارتفاعات الحفر والردم عند جميع نقط الشبكة وحساب الكميات بأحدى الطريقتين السابق زكرهما (طريقة كنتور صفر حفر — ردم ، طريقة القطاعات) .

كما أنه فى بعض الأحيان تتم التسوية بحيث يكون مستوى سطح الأنشاء منحدراً فى إتجاهين متعامدين ، وفى هذه الحالة يعطى منسوب إحدى النقط على سطح التسوية ، ومن هذا المنسوب وبمعلومية مقادير واتجاهات الأنحدارين يتم حساب مناسيب التسوية لجميع نقط الشبكة لأتمام عملية الحساب للكميات .

مثال (١) :

المطلوب تسوية قطعة الأرض المبينة فى شكل (٢٧٦) بحيث يكون منسوب التسوية (٧,٥٠) على طول الخط (ا ب) وبحيث تنحدر الأرض إلى أسفل بمقدار ١ : ٢٥٠ فى الاتجاه من الشمال إلى الجنوب . أحسب كميات أتربة الحفر والردم بأستخدام :

١ — طريقة القطاعات .
٢ — طريقة كنتور صفر — حفر — ردم .



شكل ٢٦٧

الحـــل :

مناسيب التسوية لنقط الخط ا ب = ٧,٥٠ متر

مناسيب التسوية لنقط الخط حـ ء = ٧,٥٠ — $\frac{١}{٢٥٠}$ × ٦٠ = ٧,٢٦ متر

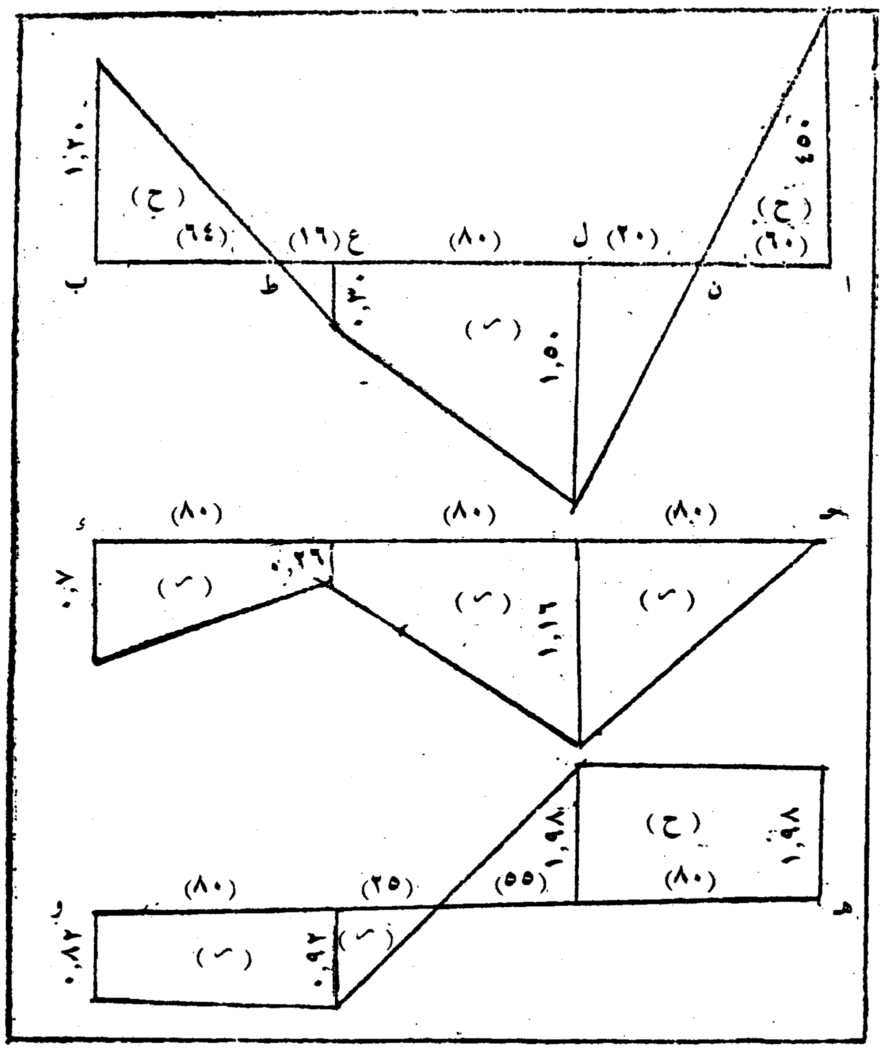
مناسيب التسوية لنقط الخط هـ و = ٧,٥٠ — $\frac{١}{٢٥٠}$ × ١٢٠ = ٧,٠٢ متر

أو = ٧,٢٦ — $\frac{١}{٢٥٠}$ × ٦٠ = ٧,٠٢ متر

١ ـــ حساب الكميات بطريقة القطاعات :

وفى شكل (٢٦٨) تم رسم القطاعات المتوازية ا ب ، حـ ء ، هـ و وقد حسبت ارتفاعات الحفر والردم عند نقط القطاعات المختلفة بطرح منسوب التسوية من منسوب سطح الأرض الطبيعية كما تم حساب المسافات ب ط ، ط ع ، هـ ل ، ا هـ على القطاع الأول ا ب بالنسبة والتناسب وكتبت على الشكل ، وكذلك مسافة نقطة انفصال الحفر عن الردم فى القطاع الأخير هـ و .

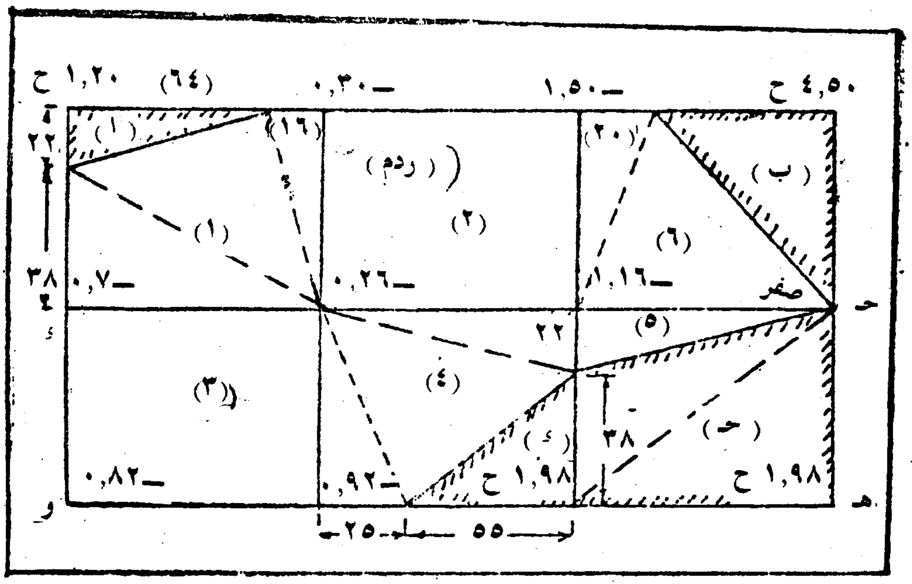
كما بينت على القطاعات مناطق الحفر بالرمز (ح) ومناطق الردم بالرمز (ر) وبذا يمكن حساب كميات أتربة الحفر والردم من واقع القطاعات الموضحة فى شكل (٢٦٨) بمثل ما اتبع فى المثال السابق .



شكل ٢٦٨

٢ ــ حساب الكميات بطريقة كنتور صفر ــ حفر ــ ردم :

فى شكل (٢٦٩) والذى يبين ارتفاعات الحفر والردم عند النقط المختلفة تم تحديد خط كنتور صفر ــ حفر ــ ردم وذلك بتعيين نقط انفصال الحفر عن الردم فى الشبكة والتوصيل بينهما ، وبذا تحددت مناطق الحفر (المهشرة أ ، ب ، حـ ، ى) ومناطق الردم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .



شكل ٢٦٩

ولحساب الكمية (١) يتضح أن المقطع للجسم عبارة عن مضلع خماسى لذا يقسم إلى ثلاثة مناشير قاعدة كل منهما مثلث نحصل عليها بتوصيل الأقطار ذات فرق المناسيب الأقل (الخطوط المتقطعة فى المنطقة ١) .

وبالمثل للمنطقة (٤) تم تقسيم المقطع إلى ثلاثة مثلثات بالأقطار ذات فرق المنسوب الأقل ، والمنطقة (٦) الذى مقطعها رباعى قسمت باستخدام قطر واحد إلى مثلثين .

ونفس الطريقة استخدمت للأجزاء غير المنتظمة فى مناطق الحفر (المنطقة ح قسمت بقطر واحد) .

وبعد الانتهاء من التقسيم يتم حساب كميات أتربة الحفر والردم بمثل ما اتبع فى المثال السابق عند استخدام طريقة كنتور صفر — حفر — ردم .

مثال (٢) :

لنفس قطعة الأرض الموضحة فى شكل (٢٦٧) يراد إجراء تسوية لها بحيث يكون منسوب نقطة (أ) مساوياً (٧,٥٠) وتنحدر الأرض فى الاتجاه من أ إلى ب إلى أسفل بمقدار ١ : ٢٠٠ وفى الاتجاه من أ إلى هـ بمقدار ١ :

١٠٠ إلى أسفل أيضاً : عين إرتفاعات الحفر أو الردم عند نقط الشبكة المختلفة تمهيداً لحساب الكميات .

الحـــــل :

سطح التسوية سيكون منحدراً فى إتجاهين متعامدين ، لذا نحسب مناسيب التسوية للنقط المختلفة بدءاً من نقطة (أ) ذات منسوب (٧,٥٠) وبمعلومية الأنحدارين المعطيين .

منسوب سطح الانشاء عند (أ) = ٧,٥٠ متر

منسوب سطح الانشاء عند (حـ) = ٧,٥٠ − $\frac{١}{١٠٠}$ × ٦٠ = ٦,٩٠ متر

منسوب سطح الانشاء عند (هـ) = ٧,٥٠ − $\frac{١}{١٠٠}$ × ١٢٠ = ٦,٣٠ متر

مناسيب نقط الخط أ ب بعد التسوية :

٧,٥٠ ‏ ‏ ٧,٥٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٨٠ = ٧,١٠ ‏ ‏ ٧,٥٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ١٦٠ = ٦,٧٠ ‏ ‏ ٧,٥٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٢٤٠ = ٦,٣٠

مناسيب نقط الخط حـ ء بعد التسوية :

٦,٩٠ ‏ ‏ ٦,٩٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٨٠ = ٦,٥٠ ‏ ‏ ٦,٩٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ١٦٠ = ٦,١٠ ‏ ‏ ٦,٩٠ − $\frac{١}{٢٠٠}$ × ٢٠٠ = ٥,٧٠

وبالمثل مناسيب نقط الخط هـ و :

٦,٣٠ ‏ ‏ ٥,٩٠ ‏ ‏ ٥,٥٠ ‏ ‏ ٥,١٠

وبمقارنة هذه المناسيب ومناسيب الشبكة الأصلية نحصل على ارتفاعات الحفر (ح) والردم (ر) فى الشبكة :

(أ) ٤,٥٠ ح	١,١٠ ر	٠,٥٠ ح	٢,٤٠ ح (ب)
(حـ) ٠,٣٦ ح	٠,٤٠ ر	٠,٩٠ ح	٠,٨٦ ح (ء)
(هـ) ٢,٧٠ ح	٣,١٠ ح	٠,٦٠ ح	١,١٠ ح (و)

ثالثاً ـ حساب الكميات من خطوط الكونتور

هذه الطريقة لا تستعمل كثيراً إلا فى إيجاد سعة الخزانات أو كميات الأتربة اللازمة لردم المنخفضات والمستنقعات أو تسوية المرتفعات على سطح مائل أو أفقى .

ونبين فيما يلى بعض الحالات التى يستعمل فيها خطوط الكونتور لحساب الكميات .

١ ـ تسوية أرض على منسوب معين :

شكل (٢٧٠) يبين قطعة أرض مرسوم خطوط كونتورها ويراد تسويتها على منسوب (٧,٠٠) فى هذه الحالة مستوى خط كونتور (٧,٠٠) هو المستوى الواجب أن يقف عنده الحفر ، أى أن هذا الخط يبقى كما هو بعد الاستصلاح أما المناطق الأقل من (٧,٠٠) فيتم ردمها حتى منسوب (٧,٠٠) .

لإيجاد مكعبات الحفر والردم نجرى الخطوات الآتية :

١ ـ تعين المساحة المحصورة داخل كونتور ٩,٠٠ (أعلى كونتور) ثم مساحة الكونتور الذى يليه (٨,٠٠) . والمساحة المحصورة داخل خطوط الكونتور تحسب إما بالبلانميتر وهى أفضل طريقة أو طريقة المربعات الصغيرة .

ويكون حجم الحفر بين الكونتورين = الفترة الكونتورية × متوسط مساحتى الكنتورين . والفترة الكنتورية هنا تساوى متراً واحداً ، وهذا المقدار هو الكمية الواجب حفرها حتى تصل إلى كونتور ٨,٠٠ .

٢ ـ نعين المساحة داخل كونتور (٧,٠٠) ونكرر ما سبق مع كونتورى (٨,٠٠) ، (٧,٠٠) . بجمع الكميات الجزئية بين كل كونتورين متتالين نحصل على الكمية الكلية للتسوية على الكونتور المطلوب .

٣ ـ لحساب كميات الردم لنصل إلى منسوب (٧,٠٠) وبأعتبار جوانب الردم رأسية على طول خط كنتور (٤,٠٠) نعين مساحة كونتور (٦,٠٠) ونطرح منها مساحة كونتور (٧,٠٠) تنتج مساحة الردم . بضرب

هذه المساحة فى متوسط الأرتفاع حتى منسوب التسوية أى $\frac{1}{2}$ (صفر + ١)

ينتج الردم اللازم حتى نصل من كونتور (٦,٠٠) إلى كونتور (٧,٠٠) ثم نحسب المساحة بين كونتور (٦,٠٠) ، كونتور (٥,٠٠) ونضربها فى متوسط الأرتفاع عن منسوب التسوية أى $\frac{1}{2}$ (١ + ٢) وبتكرار هذه العملية بين كل خط كونتور والذى أسفله وجمع الكميات الجزئية نحصل على كمية الردم من كونتور (٤,٠٠) حتى كونتور (٧,٠٠) .

٤ ــ بذا نحصل على أرض مسواة على منسوب (٧,٠٠) وجوانبها رأسية وبسعة كونتور (٤,٠٠) . أما إذا أردنا التسوية على منسوب (٧,٠٠) مع جعل جوانب الأرض بميلها الطبيعى فلا يكون هناك ردم وتكون كمية الحفر هى السابق بيانها .

مثال :

أوجد كمية الردم والحفر اللازمة لتسوية الأرض المبينة فى شكل (٢٧٠) على امتداد خط كونتور (٤,٠٠) إذا كان منسوب التسوية (٦,٤٠ م) والمساحة داخل كل كونتور كما قدرت بالبلانيمتر كما يلى :

كونتور ٩,٠٠ = ١٠٠ م٢	كونتور ٨,٠٠ = ١٨٠ م٢
كونتور ٧,٠٠ = ٢٥٠ م٢	كونتور ٦,٠٠ = ٣٤٠ م٢
كونتور ٥,٠٠ = ٤٠٠ م٢	كونتور ٤,٠٠ = ٤٨٠ م٢

الحـــل :

يجب أولاً إيجاد مساحة كونتور (٦,٤٠) بالنسبة والتناسب من مساحتى خطى كونتورى (٦,٠٠) ، (٧,٠٠) .

مساحة كونتور (٦,٤٠) = مساحة كونتور (٧,٠٠) +

٠,٦ × (الفرق بين كونتورى ٦,٠٠، ٧,٠٠)

= ٢٥٠ + ٠,٦ × ٩٠

= ٣٠٤ م٢

∴ كمية الحفر = [١/٢ (١٠٠ + ١٨٠) × ١,٠ + ١/٢ (١٨٠ + ٢٥٠)

× ١,٠ + ١/٢ (٢٥٠ + ٣٠٤) ٠,٦]

= ١٤٠ + ٢١٥ + ١٦٦,٢ = ٥٢١,٢٠ م٣

كمية الردم = (٣٤٠ − ٣٠٤) / ٢ × (صفر + ٠,٤) + (٤٠٠ − ٣٤٠) / ٢

× (٠,٤ + ١,٤) + (٤٨٠ − ٤٠٠) / ٢ × (١,٤ + ٢,٤)

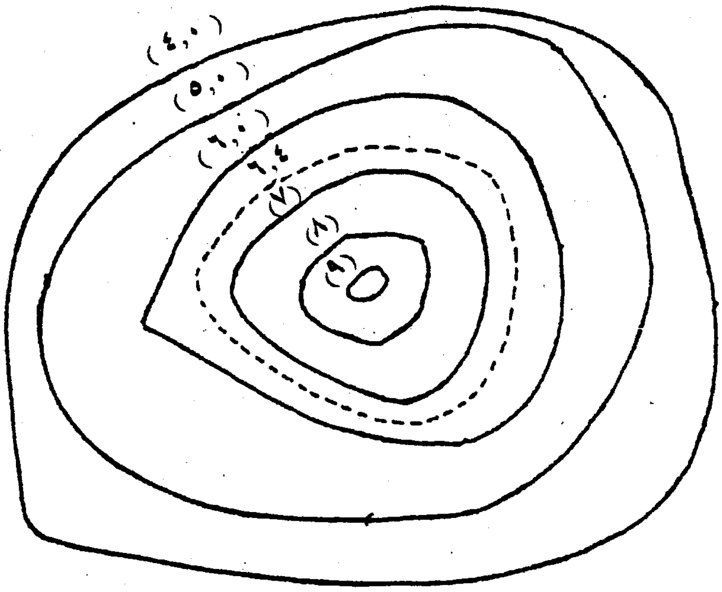
= ٧,٢ + ٥٤ + ١٥٢ = ٢١٣,٣ م٣

ب ـــ سعة الخزانات ومنحنى السعة :

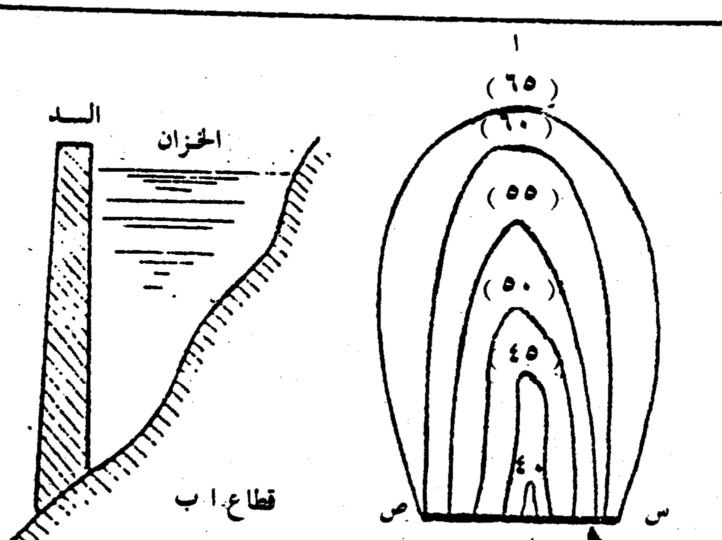
سعة الخزان هى كمية المياه المحتجزة أمام السد فى أى خزان (شكل ٢٧١) . ولإيجاد كمية المياه الممكن تخزينها فى خزان ترسم خريطة كونتورية لمنطقة الخزان كما فى شكل (٢٧١) ثم تأتى بالمساحة داخل كل خط كونتور ويقصد بها المساحة المحصورة بين خط الكونتور مع واجهة السد ونأتى بالكمية الممكن اختزانها بين كل خطيّ كونتور متتالين وهى متوسط المساحتين مضروبة فى المسافة العمودية بينهما (الفترة الكونتورية) ثم تجمع الحجوم الجزئية فنحصل على الكمية كلها .

مثـــال :

شكل (٢٧١) يبين خريطة كونتورية لمكان خزان مياه حيث س ص مكان السد . المطلوب إيجاد كمية المياه الممكن تخزينها بين منسوب (٤٠,٠٠) ومنسوب (٦٥,٠٠) أرسم أيضاً منحنى سعة الخزان واستنتج منه سعته عند منسوب (٦٣,٠٠) .



شكل ٢٧٠



شكل ٢٧١

الحـــل :

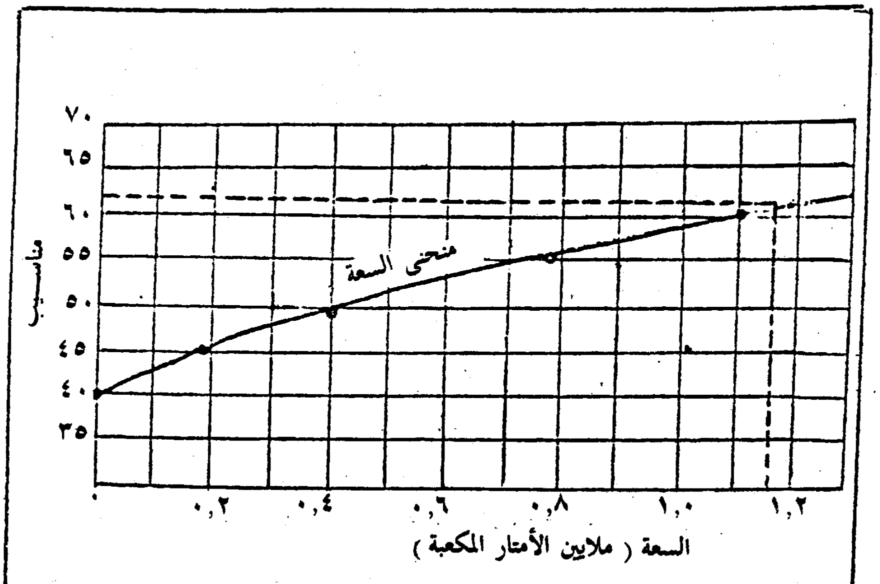
١ ــ نأتى بالمساحة المحصورة (باستعمال البلانيمتر) بين السد س ص وكل من خطوط الكونتور ٤٠ ، ٤٥ ، ٥٠ ، حتى الكونتور ٦٥ الذى يمثل منسوب أعلى السد ، حيث لا يمكننا التخزين أعلى من هذا المنسوب .

٢ ــ نأتى بحجم المياه المختزنة بين كل خطيي كونتورين متتاليين ثم نأتى بالحجم الجزئى المحصور بين هذين الخطين وبأعتبار أن منسوب ٤٠ هو منسوب القاعدة . أى السعة عنده تساوى صفرا ــ نضيف الأحجام الجزئية إضافة متتالية كما هو مبين بالجدول نحصل على سعة الخزان عند أى منسوب ، وبذا تكون السعة عند منسوب (٦٥,٠٠) هى أقصى تخزين بالخزان .

٣ ــ نرسم منحنى السعة شكل (٢٧٢) ومنه يمكن إستنتاج سعة الخزان عند أى منسوب فمثلاً سعة الخزان عند كونتور ٦٢ = ١,١٦ مليون مكعب .

وفى الجدول التالى يبين مساحات خطوط الكونتور والحجوم الجزئية والسعة عند مناسيب خطوط الكنتور المعطاه :

الكونتور	مساحة الكونتور (م٢)	الحجم الجزئى (م٣)	السعة (م ٣)
٤٠	٢٢٠٨٠		صفر
		١٩٦٠٥٠	
٤٥	٥٦٣٤٠		١٩٦٠٥٠
		٢٨٦٠٠٠	
٥٠	٥٨٠٦٠		٤٨٢٠٥٠
		٣٠٠٠٠٠	
٥٥	٦١٩٤٠		٧٨٢٠٥٠
		٣٢٥٠٠٠	
٦٠	٦٨٠٦٠		١١٠٧٠٥٠
		٣٤٧٥٥٠	
٦٥	٧٠٩٦٠		١٤٥٤٦٠٠



منحنى السعـة

شكل ٢٧٢

حـ ــ إيجاد مكعبات الأتربة من القطاعات فى خطوط الكونتور :

فى حالة صعوبة حساب المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور يمكن استخدام طريقة القطاعات من خطوط الكنتور لحساب الكميات وباتباع الخطوات التالية :

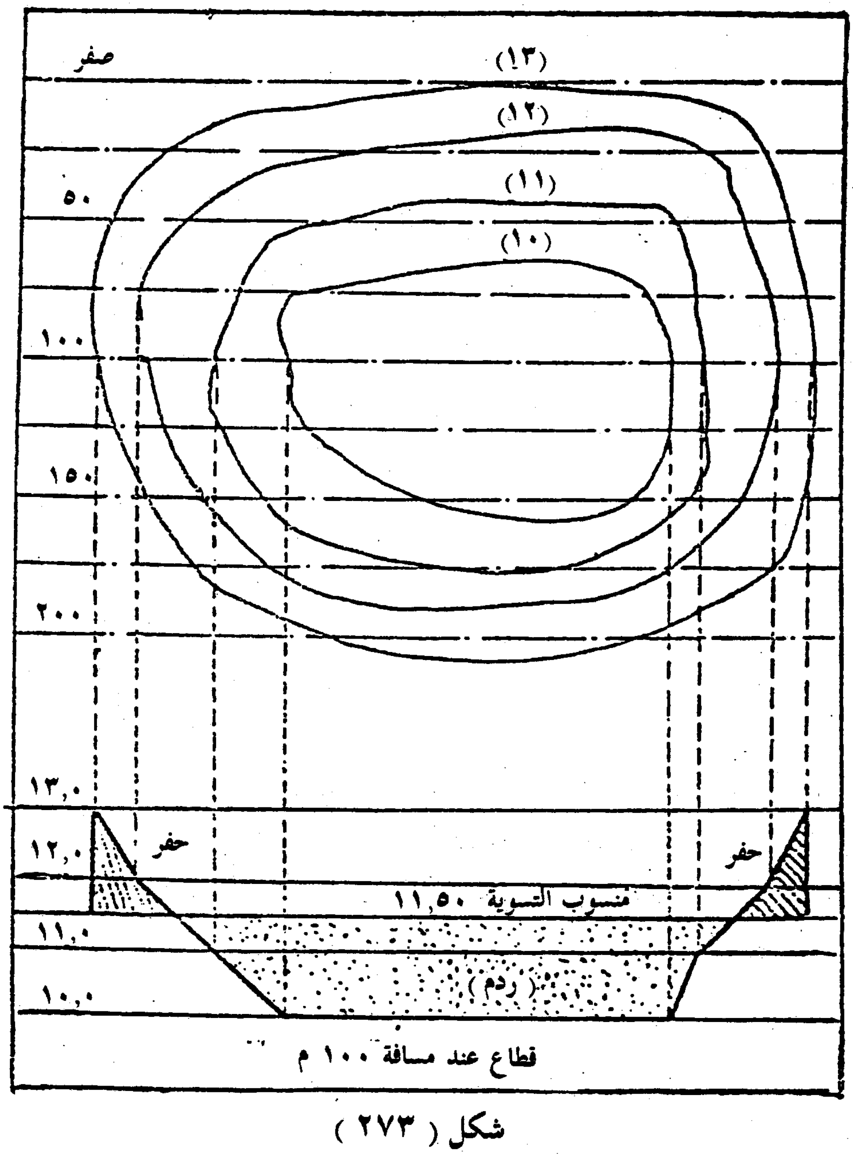
١ ــ نأخذ قطاعات متوازية على خطوط الكونتور ونرسمها . ثم نوقع عليها منسوب التسوية المقترح فيتحدد ارتفاعات الحفر والردم عند النقط المختلفة على القطاع . كما نحدد المسافات الضرورية للحساب على القطاع بالقياس من الرسم .

٢ ــ نوجد مساحة كل من الحفر والردم عند كل قطاع بالحساب .

٣ ــ نوجد كمية الحفر أو الردم بين كل قطاعين متتاليين بطريقة متوسط القاعدتين المتطرفتين .

مثــال :

يراد تسوية الأرض المبين خطوط كونتورها فى شكل (٢٧٣) على منسوب (١١,٥٠) ، لذا أخذت قطاعات عرضية فى المنطقة كل ٥٠ متر وحسب فى كل قطاع مساحة الحفر والردم ، فإذا كانت مساحات الحفر والردم (عند كل قطاع) كما هى مبينة بالجدول ، فما مقدار الأتربة الكلية فى الحفر والردم .



شكل (٢٧٣)

٣ ــ من القطاع (ا ب) نجد أن مستويات خطوط الكونتور تقسم الجسم إلى مجموعة الطبقات الأفقية . وفى الشكل مبين طبقة منها بين خطى كونتور ٧٥ ، ٨٠ (مهشرة) ورسمت مجسمة فى شكل (٢٧٥) .

٤ ــ نوجد حجم كل طبقة بقياس مساحة سطحها العلوى ومساحة سطحها السفلى .

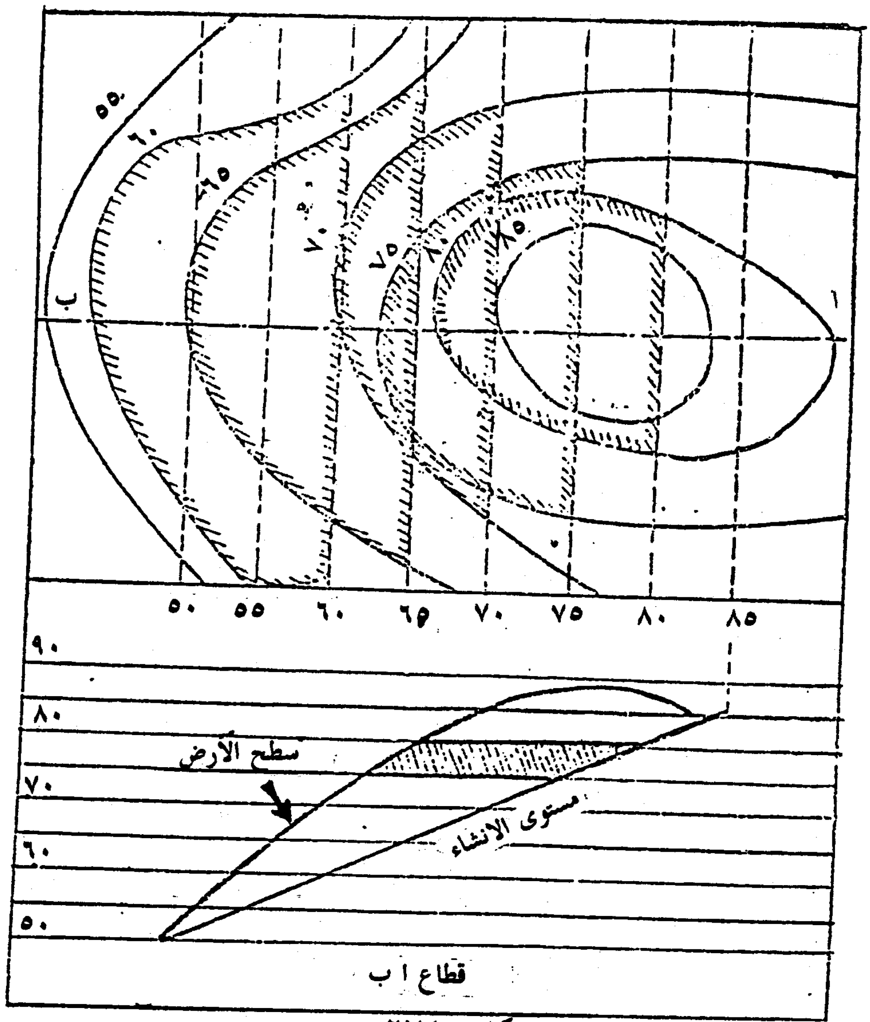
$$\text{حجم الطبقة} = \text{الفترة الكنتورية} \times \frac{(\text{مجموع المساحتين})}{٢}$$

الحجم الكلى = مجموع حجوم الطبقات

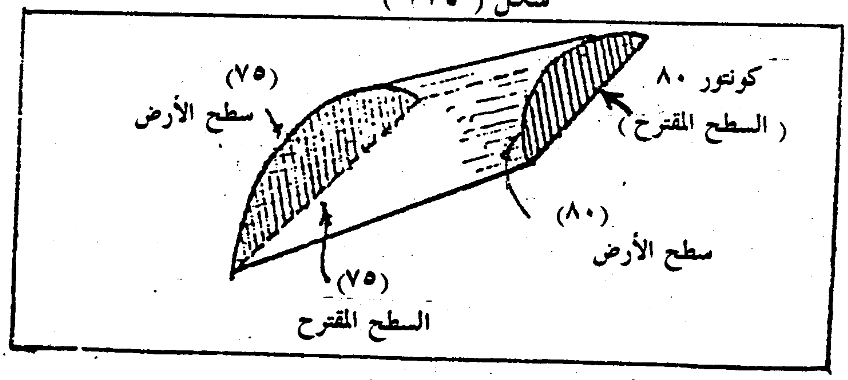
٥ ــ عندما يقفل الكونتور على نفسه ولا يقطع خط الكونتور الإنشائى المتساوى معه فى المنسوب كما فى حالة كونتور (٨٥) تقاس المساحة المقفولة فقط .

هـ ــ حالة أخرى لتسوية الأراضى :

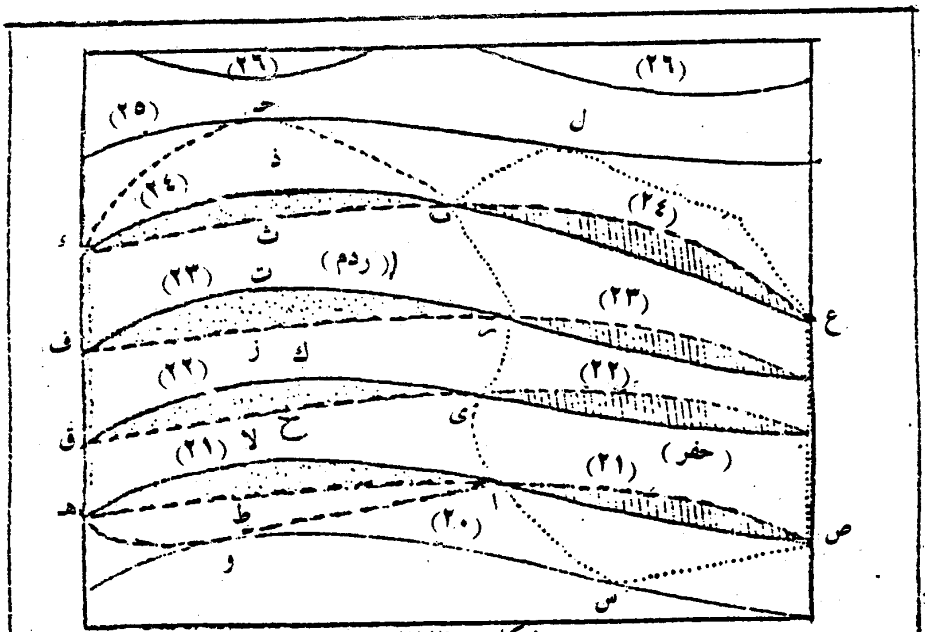
يمكن إيجاد كميات الأتربة فى التقديرات التمهيدية لتسوية الأراضى خصوصاً إذا كان السطح الذى ستسوى عليه الأرض غير منتظم ، وذلك بالأستعانة بالخرائط الطبوغرافية مباشرة ، وتكون النتائج ذات دقة كافية . وشكل (٢٧٦) يبين خطوط كونتور سطح الأرض الطبيعية بخطوط كاملة . أما خطوط كونتور السطح المراد التسوية عليه فمبينة بخطوط متقطعة .



شكل (٢٧٤)



شكل (٢٧٥)



شكل (٢٧٦)

خطوات العمل :

١ ـــ نعين تقاطع سطح الأرض وسطح التسوية كما سبق والتقاطع مبين بالخطين (ا ب حـ ء هـ و) ، (ا س ص ع ل ب) المرسومين بخطوط متقطعة وعند هذين الخطين لا يوجد حفر أو ردم . الخط الأول بداخله ردم ويضم الثانى منطقة حفر . يجب أن تحسب كل مكعبات أتربة الحفر والردم على حدة .

٢ ـــ حيث أنه لا توجد معلومات مباشرة فى الخريطة عن المكان الذى ينتهى الردم عندها ، فقد فرض أن الردم سوف يمتد حتى يصل فى الأرض الأصلية عند خط الكونتور التالى عند نقطة حـ ، ويجب ألا يتعدى مكان حـ أى بعد كونتور (٢٥) فى هذا المثال ، وإلا فمعنى ذلك أنه عندنا خط كونتور للسطح المراد التسوية عليه وهذا ليس بصحيح ، إذا رسمنا خط التقاطع مع جعل حـ كحد أقصى للردم . وما قيل عن حـ يقال أيضاً عن س ، ل ، و . ويمكن فرض حـ فى أى مكان بين كونتورى (٢٤) ، (٢٥) واستنتاج منسوبها بالنسبة والتناسب .

وتوجد طريقتان لحساب مكعبات الأتربة من المعلومات المعطاة بالخريطة .

١ ــ إيجاد مكعبات الأتربة (حفر أو زدم) بين كل خطين كونتورين متتاليين وبالتجميع ينتج الحجم الكلى .

٢ ــ فرض مستوى أفقى تحت أوطى نقطة فى الردم ثم إيجاد حجم الأتربة بين هذا المستوى وسطح الأرض الطبيعى ، ثم بين هذا المستوى والسطح المراد التسوية عليه ، والفرق بين الحجمين هو كمية الأتربة المطلوبة .

الطريقة الأولى :

ا ــ حجم الجسم ا هـ ق ى = حجم له قاعدتان متوازيتان إحداهما (ا ط هـ لا) (منسوبها ٢١) والأخرى (ى ح ق ك) (منسوبها ٢٢) والأرتفاع بينهما متراً واحداً .

ب ــ نتبع ذلك فى القاعدتين (و ز ف ت) ، (ب ث د ذ) وإيجاد المساحتين بواسطة البلانيمتر ثم إيجاد الحجم .

حـ ــ نوجد حجم كل جسم بطريقة القاعدتين المتطرفتين أو المنشور المجسم أما الجسم (ا ط هـ لا و) فيمكن اعتباره هرم قاعدته (ا ط هـ لا) وأرتفاعه متراً واحداً .

ى ــ تطبق نفس الطريقة لايجاد كميات الحفر .

الطريقة الثانية :

ا ــ نوجد المساحة (ا ب حـ ى هـ و) بواسطة البلانيمتر وهى مساحة مستوى عند منسوب ٢٠ وهو أوطى مستوى تحت منطقة الردم تماماً إذ أن الردم لا يمتد تحت كونتور ٢٠ .

ب ــ توجد مساحة مستوى يقطع سطح الأرض الطبيعى عند منسوب (٢١) وهى المساحة (ا ب حـ هـ لا) .

حـ ــ نوجد مساحات المستويات التى تقطع الأرض عند كونتور أو مستوى (٢٢) ، (٢٣) ، (٢٤) وهى على التوالى (ى ب حـ ى ق ك) ، (ر ب حـ ى ف ت) ، (ب حـ ى ذ) . يمكن إيجاد حجم الأجسام بين

هذه المستويات بطريقة متوسط القاعدتين المتطرفتين أما حجم الجسم الذى قاعدته (ب حـ ء ذ) فهو هرم إرتفاعه المسافة الرأسية بين كونتور ٢٤ والنقطة حـ أى متراً واحداً فى هذه الحالة .

ء — بنفس الطريقة نوجد المساحات (ا حـ ء هـ ط) ، (ى ب حـ ء ق ح) ... التى تتعلق هذه المرة بخطوط كونتور السطح المراد التسوية عليه نوجد الحجم بين هذه المساحات المتتالية كما سبق فيكون الفرق بين هذه الكمية والكمية المحسوبة سابقاً فى بند حـ هو مقدار الردم .

هـ — تطبق نفس الطريقة فى الحفر .

و — مكعبات الحفر للمبانى من الخريطة الكنتورية :

عندما تكون كمية الحفر المطلوبة لإقامة مبنى صغير نسبياً وسطح الأرض ميله منتظم فيمكن اعتبار الحفر كمنشور حجمه يساوى مساحة الحفر × متوسط إرتفاعات الحفر عند أركان المبنى معينة من خريطة كنتورية .

مثال : شكل (٢٧٧) يبين الأرض ا ب حـ ء المعدة للبناء ١٢٠ × ٢٠ متراً كما يبين الشكل أيضاً خطوط كونتور الأرض الطبيعية التى تبين ميلاً منتظماً تقريباً . أحسب كمية للحفر اللازمة إذا كان قاع الحفر منسوبة ٩٢,٥ .

الحـــــل :

بواسطة الإستنتاج من خطوط الكونتور نجد أن مناسيب الأركان هى :

عند ا = ١٠٠,٧ ، ب = ١٠٢,٣

حـ = ١٠٤,٢ ، ء = ١٠٢,٤

ويكون إرتفاع الحفر عند الأركان هو :

ا = ٨,٢ ، ب = ٩,٨

حـ = ١١,٧ ، ء = ١٠,٠

$$\therefore \text{حجم الحفر} = ١٢٠ \times ٢٠ \times \frac{٨,٢ + ٩,٨ + ١١,٧ + ١٠,٠}{٤}$$

= ٢٣٨٢ م^{٣}

وعندما يكون الحفر كبيراً أو عندما يكون ميل سطح الأرض غير منتظم فتقسم المساحات إلى مربعات أو مستطيلات صغيرة ويؤخذ متوسط إرتفاعات الحفر عند عدد كبير من النقط وترقم أركان المربعات بأرقام ١ ، ٢ ،٣ ، ٤ حيث الرقم (١) للأركان المشتركة فى مربع واحد (٢) المشتركة فى مربعين وهكذا ... ، ونستنتج مناسيب أركان المربعات من خطوط الكونتور كما فى المثال السابق ويكون أرتفاع الحفر عند كل ركن بطرح منسوب قاع الحفر من منسوب كل ركن . وأخيراً تحصل على حجم الأتربة الكلية من مناسيب نقط الأركان .

سابعاً ــ مكعبات الحفر لأنشاء طريق يخترق تل من الخرائط الكنتورية :

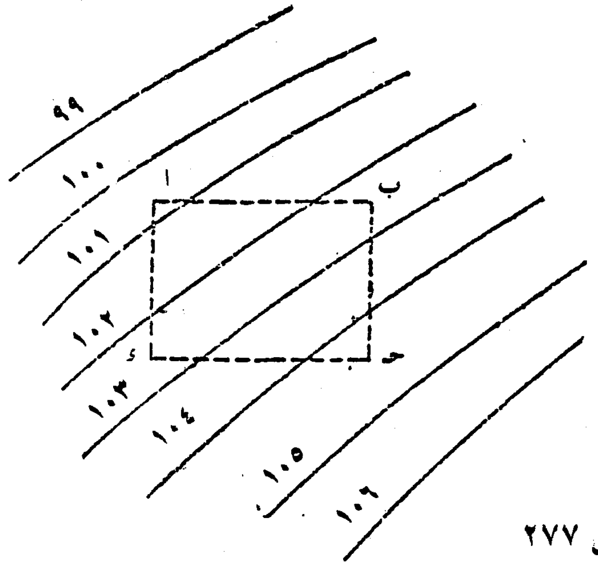
شكل (٢٧٨) يبين خطوط كونتور جزء من تل ويراد إنشاء ممر بعرض ٨ أمتار على منسوب ١٠ متر ويخترق التل . الميول الجانبية ٢ : ١ (٢ أفقى ، ١ رأسى) .

١ ــ نرسم المسقط الأفقى للممر كما هو مبين وهو محدد بخطى كونتور ١٠ (منسوب قاعدته) .

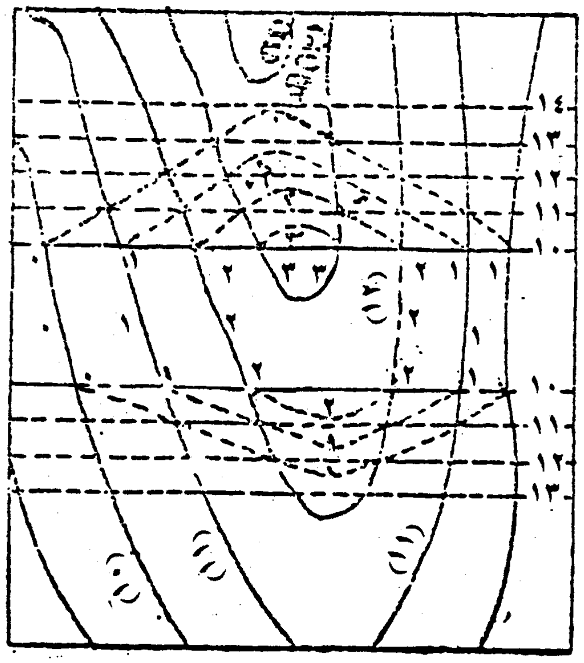
٢ ــ نرسم خطوط الكونتور الجديدة للميول الجانبية لفترة كونتورية قدرها متراً واحداً (المسافة الأفقية بينها متران بمقياس الرسم) . وهى المبينة بخطوط متقطعة .

٣ ــ يمكن إيجاد الحفر عند أى نقطة بطرح المنسوب الجديد كما نحصل عليه من خطوط الكونتور الجديدة ، من المنسوب القديم كما نحصل عليه من خطوط الكونتور القديمة (النقطة يكون عندما حفر إذا كان المنسوب الجديد أوطى من المنسوب القديم وبالعكس) فمثلاً عند نقطة ا لمنسوب الجديد ١١,٨٠ والمنسوب القديم ١٣,٤٠ وهذا يبين أن هناك حفراً قدرها ١,٦ م .

٤ ــ فى النقط التى تتقاطع فيها خطوط الكونتور يكون الحفر بالأمتار الصحيحة فمثلاً ب منسوبها الجديد ١١ متراً والقديم ١٣ متراً فتبين حفرا قدره مترين .



شكل ٢٧٧



شكل ٢٧٨

٥ ــ فى النقط التى تتقاطع فيها خطوط الكونتور ذات المنسوب الواحد لا يوجد فيها حفر ولا ردم ، وبتوصيل هذه النقط نحصل على خط التعادل أو (صفر ــ حفر) كما هو مبين بالخط المكون من النقط ، ومكتوب عليه (صفر) فى أجزائه المختلفة . وعند التوصيل يمكن التحقق من الأجزاء المشكوك فيها بمقارنة المنسوب القديم بالجديد ، فمثلاً قمة المنحنى (هـ) منسوبها الجديد والقديم ١٢,٨ .

٦ ــ بتوصيل نقط تقاطع خطوط الكونتور القديمة مع خطوط الكونتور الجديدةالتى يقل منسوبها عنها بمتر واحد (مثلاً كونتور ١٢ القديم مع ١١ الجديد وهكذا) نحصل على خط (متر واحد ــ حفر) وهكذا بالنسبة لمترين وثلاثة وهو أقصى مقدار .

٧ ــ يحسب الحجم بإيجاد المساحات المحصورة داخل كل حفر (صفر ــ حفر) ، (متر واحد ــ حفر) ، ... ثم إيجاد الحجم الكلى بتطبيق أحد القوانين المعروفة .

مثـال :

خزان مياه أسطوانى الشكل جدرانه رأسية ونصف قطره ٣٥ متراً وبداخله منطقة صخرية خطوط كنتورها تتدرج من خط كنتور (١٢,٠٠) وحتى خط كنتور (٣٢,٠٠) بفترة كنتورية ٤,٠٠ متر وخط كنتور (١٢,٠٠) يلاصق جدار الخزان والمساحات المحصورة داخل كل خط كنتور كالتالى :

كنتور (١٢,٠٠) = ٣٨٥٠ م٢	كنتور (٢٤,٠٠) = ٣٨٤ م٢
كنتور (١٦,٠٠) = ١٢٠٠ م٢	كنتور (٢٨,٠٠) = ١٥٠ م٢
كنتور (٢٠,٠٠) = ٨٦٤ م٢	كنتور (٣٢,٠٠) = ٥٠ م٢

يراد استعمال الخزان لتوليد الكهرباء بأنابيب خارجة منه على منسوب (١٤,٤٠) . ارسم منحنى السعة للخزان وبين على أى منسوب يكون الخزان ممتلىء بثلث سعته علماً بأن أقصى منسوب تخزين (٣٠,٤٠) . ما مقدار التغيير فى منحنى السعة لو كان مقطع الخزان قطعاً ناقصاً نصفا قطريه ٢٥ ، ٤٩ متراً (اعتبر ط = $\frac{٢٢}{٧}$) .

الحـــل :

أولاً ــ نأتى بمساحة كونتور ١٤,٤٠ = ٣٨٥٠ − $\frac{٢,٤}{٤٠٠}$ (٣٨٥٠−١٢٠٠)

= ٢٢٦٠ م^٢

ثانياً ــ مساحة الأسطوانة = $\frac{٢٢}{٧}$ × (٣٥)^٢ = ٣٨٥٠ م^٢

فى الجدول أوجدنا المساحة بين الأسطوانة وكونتور الصخر لأنه يمثل مساحة المياه فى الكونتوز المبين .

كونتور	مساحة كونتور الصخر (م^٢)	المساحة بين الأسطوانة والكونتور (المياه م^٢)	الحجم الجزئى للمياه (م^٣)	الحجم الكلى (م^٣)
١٤,٤	٢٢٦٠	١٥٩٠		صفر
			٣٣٩٢	
١٦	١٢٠٠	٢٦٥٠		٣٣٩٢
			١١٢٧٢	
٢٠	٨٦٤	٢٩٨٦		١٤٦٦٤
			١٢٩٠٤	
٢٤	٣٨٤	٣٤٦٦		٢٧٥٦٨
			١٤٣٣٢	
٢٨	١٥٠	٣٧٠٠		٤١٩٠٠
			١٥٠٠٠	
٣٢	٥٠	٣٨٠٠		٥٦٩٠٠

وقد استعملنا قانون متوسط القاعدتين المتطرفتين لإيجاد الحجم الجزئى لأن أى مساحة لا تزيد عن ضعف المساحة التالية لها وإلا لكنا قد استعملنا قانون الهرم الناقص وشكل (٢٧٩) يبين منحنى السعة لهذا الخزان .

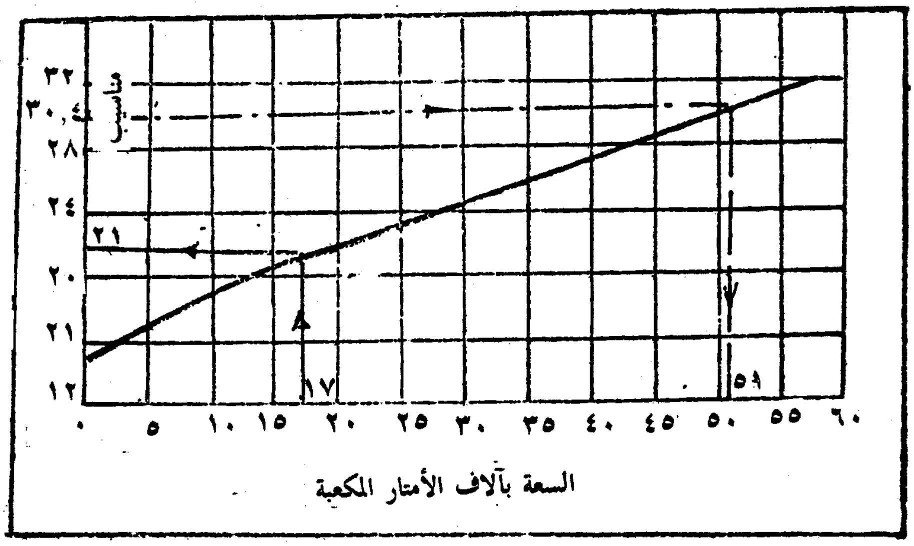
ومن الشكل سعة الخزان وهو ممتلىء (عند منسوب ٣٠,٤) = ٥١٠٠٠ م^٣

ثلث سعة الخزان = ١٧٠٠٠ م^٣

وهذا عند منسوب ٢١ متر (كما يستنتج من شكل منحنى السعة) .

مساحة القطع الناقص = $\frac{٢٢}{٧}$ × ا × ب = $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢٥ × ٤٩ = ٣٨٥٠ م^٢

وبذا لن يحدث تغيير فى منحنى السعة .



مناسيب
٣٢
٣٠,٤
٢٨
٢٤
٢١
٢٠
٢١
١٢
١٧
٥٩
٠
٥
١٠ 10
١٥
٢٠
٢٥
٣٠
٣٥
٤٠
٤٥
٥٠
٥٥
٦٠
السعة بآلاف الأمتار المكعبة

شكل (٢٧٩)

مسافات النقل والكميات

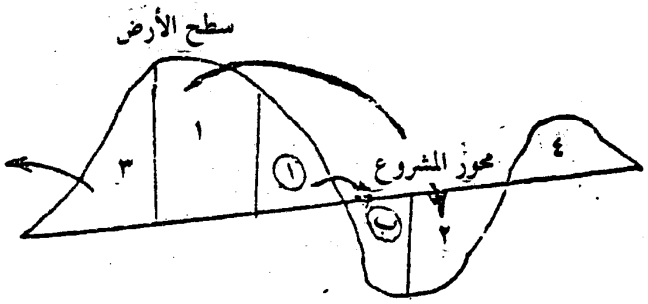
عند عمل القطاعات فى المساحات التمهيدية لمشروعات الطرق والسكك الحديد (شكل ٢٨٠) تعبر المسافات الرأسية بين مناسيب خط المشروع أو الأنشاء ومناسيب سطح الأرض عن ارتفاعات الجسور والقطوع كما سبق بيانه . وتحسب الكميات من هذه الأرتفاعات وتساعد هذه القطاعات على كيفية توزيع الكميات ومقدار النقل الزائد وكذلك القرض والأستهلاك . من ذلك يستطيع المهندس أن يقوم بتعديل انحدارات الخط لتصبح تكاليفه أقل ما يمكن وذلك بتعديل كميات الحفر وتحسين التوزيع إلى غير ذلك من التقسيمات .

وغالباً ما يراعى فى مشاريع الطرق والسكك الحديد وما شابها من المشاريع الممتدة لمسافات كبيرة النقاط التالية :

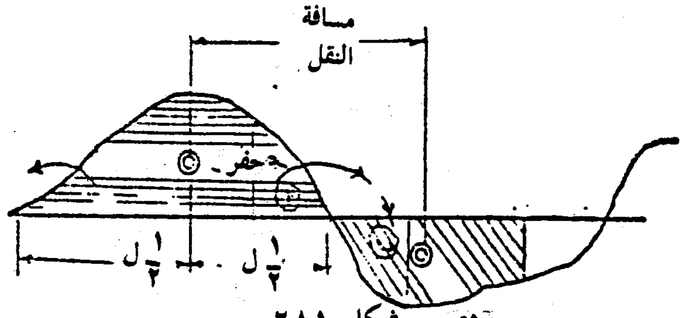
١ ـــ تجنب الحفر العميق والجسور العالية .
٢ ـــ تساوى كميات الحفر والردم بقدر الإمكان .
٣ ـــ جعل كميات النقل الزائدة أقل ما يمكن .

مسافة النقل
(Haul Distance)

مسافة النقل تساوى البعد بين مركز ثقل الحفر ومركز ثقل الجزء من الجسر الذى يملأ هذا الحفر شكل (٢٨١) ويمكن للتبسيط اعتبار مركز الثقل عند منتصف الكمية . وعادة ما نقوم بتعيين مسافة النقل بإحدى الطرق الآتية :



شكل ٢٨٠



شكل ٢٨١

أولاً ـــ الطرق الحسابية :

وتعتمد على أن موضع مركز الثقل يقع تقريباً عند نصف الكمية لذا تحسب كمية الحفر وبذا يتعين مقدار نصف الكمية وعليه نوجد موضع القطاع المحدد لها وسوف نبين ذلك بالمثال التالى :

مثـــال :

لأستنتاج مسافة النقل من جدول مساحة القطاعات العرضية لأحد المشاريع والمبين يتم حساب حجم أتربة الردم بين كل قطاعين متتالين وبالتالى يمكن حساب كمية الحفر الكلية . ومن الجدول :

ا ـــ لدينا كمية حفر مقدارها ٤٤٢٠ م^{٢} عند الكيلو ٠,١٣٠ .

ب ـــ لايجاد كيلو متر نصف الكمية أى كيلو متر المقدار ٢٢١٠ م^{٢} فإن لدينا عند الكيلو ٠,٠٦٠ حفر مقداره ٥٥٠ + ١١٦٠ = ١٧١٠ م^{٢} .

حـ ـــ هذا يكمله مقدار ٥٠٠ م³ تحفر فى مسافة $\frac{٥٠٠}{١١٤٠}$ × ٣٠ = ١٣ م

وبذا فكيلو متر مركز ثقل الحفر يقع عند كيلو ٠,٠٦٠ + ٠,٠١٣ = ٠,٠٧٣ .

ء ـــ بالمثل يمكن استنتاج كيلو متر مركز ثقل الجزء من الجسر الذى تملؤه الكمية ٤٤٢٠ م³ . البعد بين مركزى الثقل هو عبارة عن مسافة النقل .

وتعتبر مسافة النقل المحسوبة بهذه الطريقة مسافة تقريبية إذ لا يقع مركز ثقل الجزء من الحفر أو الردم فى موضع نصف كميته تماماً ومع ذلك فتستعمل هذه الطريقة التقريبية ، وتعطى نتائج جيدة إلى حد ما ..

الكيلو متر	مساحة (م)² ردم	مساحة (م)² حفر	مساحة متوسطة (م)² ردم	مساحة متوسطة (م)² حفر	مسافة (م)	حجم م³ ردم	حجم م³ حفر	التوزيع: فى نفس القطاع	التوزيع: مع النقل ردم	التوزيع: مع النقل حفر
٠,٠٠٠		١٥								
٠,٠٢٠		٤٠		٢٧,٥	٢٠		٥٥٠			٥٥٠
٠,٠٦٠		١٨		٢٩,٠	٤٠		١١٦٠			١١٦٠
٠,٠٩٠		٥٨		٣٨,٠	٣٠		١١٤٠			١١٤٠
٠,١١٠		٤٧		٥٢,٥	٢٠		١٠٥٠			١٠٥٠
٠,١٣٠	٨	١٣	٤,٠	٣٠,٠	٢٠	٨٠	٦٠٠	٨٠		٥٢٠
٠,١٦٠	٢٧		١٧,٥	٦,٥	٣٠	٥٢٥	١٩٠		٣٢٥	
٠,١٧٠	١٦		٢١,٥		١٠	٢١٥			٢١٥	
٠,٢١٠	٢٦		٢٦,٠		٤٠	١٠٤٠			١٠٤٠	
٠,٢٥٠	٤٥		٤٠,٥		٤٠	١٦٢٠			١٦٢٠	

ثانياً : الطرق البيانية :

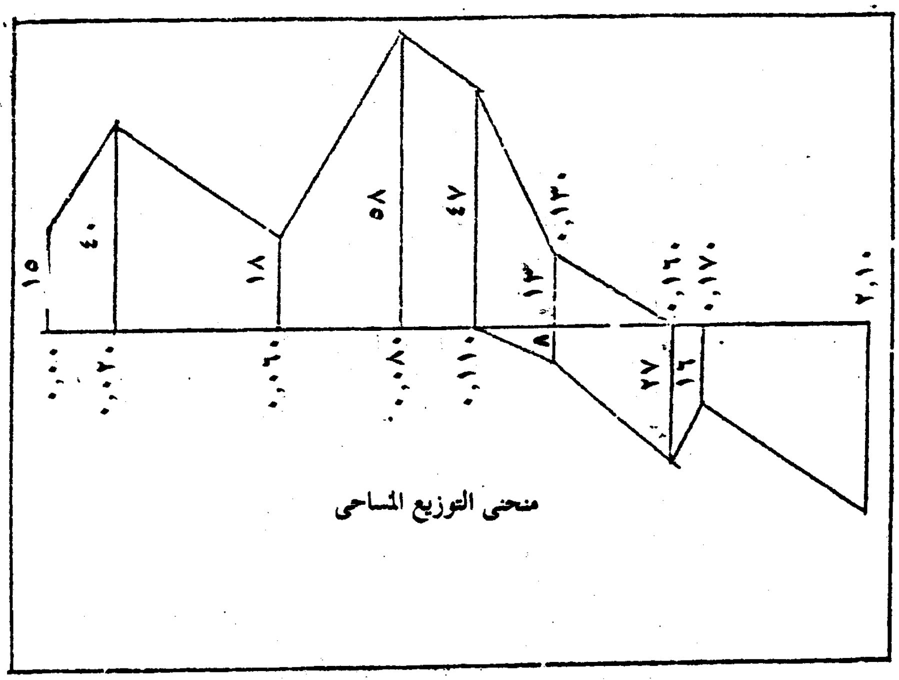
وتشمل طريقتان لتعيين مسافة النقل باستعمال الرسم البيانى .

الطريقة الأولى : طريقة منحنى التوزيع للمساحات

(Mass profile of distribution Diagram)

تتلخص الطريقة فى رسم منحنى محوره الأفقى هو محور المشروع وإحداثياته

مساحات القطاعات فإذا كان القطاع حفر رسم إحداثى القطاع إلى أعلى وإن كان ردماً رسم إلى أسفل كما هو موضح فى شكل (٢٨٢) .



شكل ٢٨٢

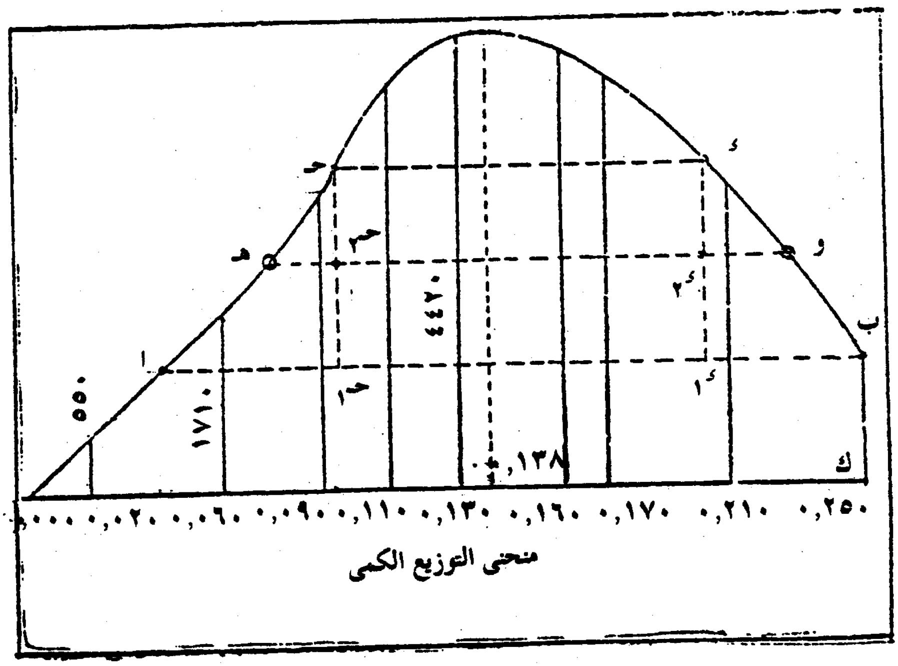
المساحة تعبر بين كل قطاعين عن كمية الحفر أو الردم بينهما ويستحسن لتساوى الحفر والردم على طول الخط أن تتساوى المساحات فوق الخط مع المساحات تحته ويراعى عند التوزيع أن تكون مسافات النقل أقل ما يمكن . ولأيجاد مركز ثقل الحفر تؤخذ العزوم لمساحاته (أى المساحة بين كل قطاعين) حول أية نقطة . وبالمثل تؤخذ العزوم لنفس المقدار من الردم لإيجاد مركز ثقله أيضاً فتكون مسافة النقل هى البعد بين مركزى الثقل . وواضح أن هذه الطريقة تعطى مسافة النقل بالضبط .

الطريقة الثانية : طريقة منحنى التوزيع الكمى : (Mass Curve)

منحنى التوزيع الكمى هو منحنى محوره الأفقى يمثل المسافات على محور خط الإنشاء (محور الخط الحديدى فى حالة السكك الحديدية مثلاً) ،

إحداثياته عند أية نقطة عبارة عن كمية الأتربة حتى تلك النقطة ، وهو عبارة عن تكامل منحنى التوزيع المساحى كما سبق بيانه أيضاً فى منحنى سعة الخزانات .

شكل (٢٨٣) يبين منحنى التوزيع الكمى للمثال السابق ، ويتضح منه أن كمية الحفر عند البداية = صفر وعند الكيلو ٠,٠٢٠ يصبح ما لدينا من أتربة ٥٥٠ م^3 وعند الكيلو ٠,٠٦٠ تزداد كمية الأتربة إلى ١٧١٠ م^3 وعند الكيلو ١,٢٠ يكون ما لدينا من مادة قد بلغ ٤٤٢٠ م^3 وهو نهاية الحفر تقريباً . فإذا وصلت الأحداثيات بمنحنى أمكن استنتاج أطول أحداثى وهو الموضع الذى ينتهى عند الحفر بالضبط (كيلو ٠,١٣٨ على الرسم) وهذا هو نفس الموضع الذى يتساوى عنده أحداثياً المساحة للحفر والردم فى منحنى التوزيع المساحى .



شكل ٢٨٣

خصائص منحنى التوزيع الكمى :

شكل (٢٨٤) يوضح منحنى توزيع كمى لمشروع إنشاء طريق ، ومن هذا المنحنى يمكن التعرف على الخواص الآتية له :

١ ـــ إذا أخذ ميل منحنى التوزيع الكمى فى الازدياد دل ذلك على أن معدل الحفر آخذ فى الازدياد المضطرد (من ا إلى ب) .

٢ ـــ إن قل الميل دل على أن معدل الحفر يتناقص .

٣ ـــ إذا وصل الميل إلى صقر دل ذلك على أننا وصلنا إلى نقطة نهاية حفر وبداية ردم أو بالعكس (عند حـ ، هـ ، و) .

٤ ـــ إذا قطع المنحنى خط الصفر دل ذلك على أن المادة قد تعادلت حتى تلك النقطة أى تساوى حفرها وردمها (عند ى) .

٥ ـــ إذا انخفض المنحنى عن خط الصفر دل ذلك على أننا فى أحتياج إلى مادة نجلبها من الجزء التالى وهكذا .

٦ ـــ على العموم إذا كان ميل منحنى التوزيع الكمى موجبا (المنطقة ا حـ) دل ذلك على حفر وإن كان سالباً دل على ردم (المنطقة حـ ء هـ) .

وإذا كانت الأحداثيات موجبة دلت على وجود المادة المنطقة (ا ى) وإن كانت سالبة دلت على الأحتياج إلى المادة (المنطقة بعد ى) .

٧ ـــ إذا سار المنحنى أفقياً لجزء من طول الخط دل على أن الخط يتأبط الأرض من ذلك الجزء .

٨ ـــ إذا انتهى بأحداثى سالب دل على الحاجة إلى مادة يتحتم إقتراضها شكل (٢٨٥) .

٩ ـــ إذا انتهى المنحنى بحيث كان أحداثيا موجبا دل على وجود مادة زائدة يقتضى استهلاكها شكل (٢٨٦) .

وفى كلتا الحالتين يستحسن أن يعدل التخطيط أن أمكن لتلافى حدوث ذلك .

النقل المسموح والنقل الزائد (Free Haul and Over Haul)

عند وضع شروط العطاء لأقامة أساس سكة حديد أو طريق مثلا تحدد مسافة النقل المسموح وهى المسافة التي ينقل فى حدودها المتر المكعب من الحفر ، فإذا زاد النقل عن هذه المسافة سمي بالنقل الزائد . ويحدد سعر النقل الزائد على أساس سعر النقل المسموح مضافاً إليه تكاليف النقل عن كل خمسين مترا زيادة أو أكثر وذلك حسب الأتفاق .

مسافة النقل المسموح (Free Haul)

المقصود بالنقل المسموح هو نقل الكمية بدون إستعمال عربات والأقتصار على إستعمال الآلات المستخدمة فى التسوية حيث تنقل الكميات من مناطق الحفر إلى مناطق الردم المجاورة لها مباشرة من ا إلى ب شكلى (٢٨٠ ، ٢٨١) .

ويتحدد طول النقل المسموح تبعاً لطريقة النقل ونوع مادة الحفر وكذا مدى إتساع العملية ، فإذا كانت كميات الحفر المنقولة لا تكاد تجزى المقاول نفقات إحضار آلات الحفر والعربات تكون مسافة النقل المسموح صغيرة من (١٠٠ ــ ٢٠٠) متر .

مسافة النقل الزائد (Over Haul Distance)

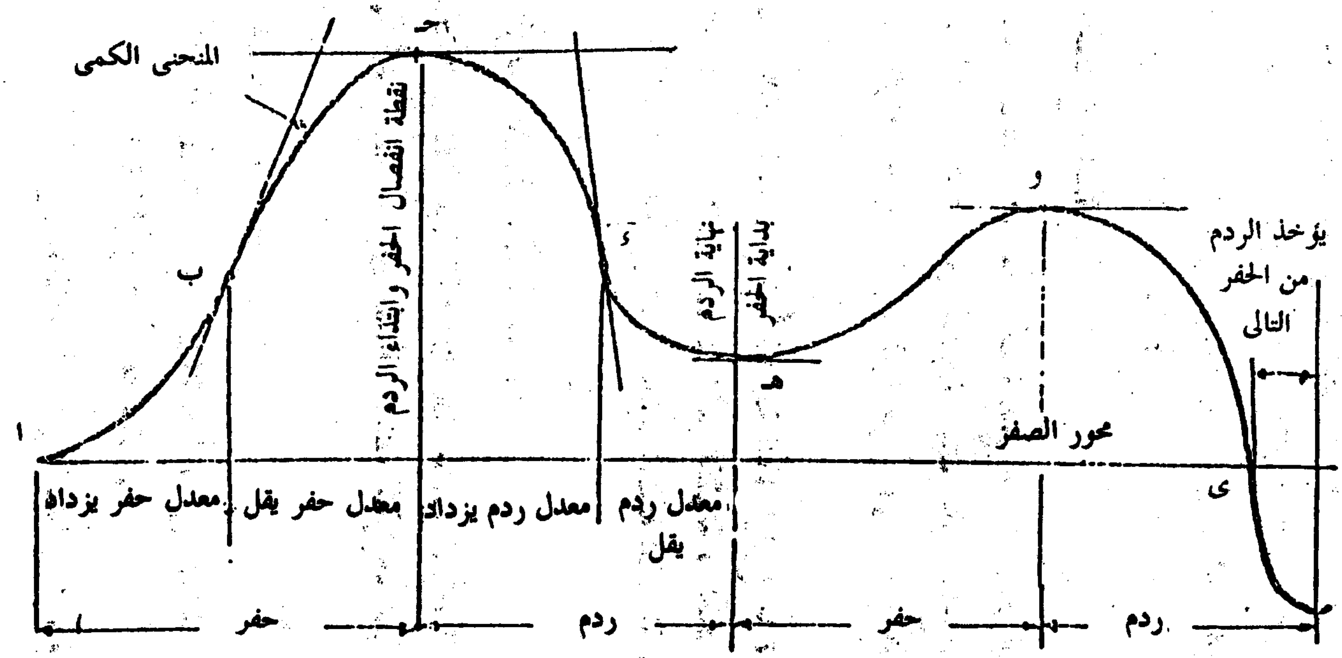
وهى المسافة التي تنقل فيها الكميات بعد خصم مسافة النقل المسموح ويمكن تعريفها أيضاً بأنها تساوى المسافة الكلية مطروحاً منها مسافة النقل المسموح .

شكل (٢٨٠ ، ٢٨١) يبينا

أولاً ــ النقل المسموح : من المنطقة (ا) إلى المنطقة (ب) ويتم باستعمال آلات التسوية (الجرارات أو ما شابه) .

ثانياً ــ النقل الزائد : من المنطقة (١) إلى المنطقة (٢) ويتم باستعمال الناقلات .

ثالثاً ــ يمكن اعتبار المنطقة (٣) زائدة عن الحاجة . والمنطقة (٤) يمكن تقسيمها إلى جزءين إحداهما ينقل نقلا مسموحا إلى (٢) ، والجزء الآخر يعتبر زائداً عن الحاجة أو ينقل نقلاً مسموحاً به إلى منطقة مجاورة .


المنحنى الكمى
حـ
نقطة انفصال الحفر وابتداء الردم
ب
ء
نهاية الردم
بداية الحفر
هـ
و
يؤخذ الردم
من الحفر
التالى
ا
محور الصفر
ى
معدل حفر يزداد
معدل حفر يقل
معدل ردم يزداد
معدل ردم يقل
حفر
ردم
حفر
ردم

شكل ٢٨٤

حد مسافة النقل :

يتوقف سعر الحفر على مسافة النقل فإن زادت هذه المسافة عن مسافة المسموح زاد السعر بازدياد مسافة النقل الزائد . وهناك حد لذلك تتساوى فيه تكاليف المتر المكعب من الحفر المنقول لمسافة النقل الزائد مع تكاليف استهلاك متر مكعب وتكاليف اقتراض متر مكعب بدله عند حد النقل (أنتهاء وبداية مسافة النقل المسموح) .

فمثلاً :

إذا كان سعر حفر المتر المكعب وردمه فى حدود النقل المسموح = ٣٠٠ قرشاً .

وكان سعر استهلاك المتر المكعب من الحفر أي ردمه خارج حدود السكة = ٦٠ قرشاً فإن نفقات استهلاك المتر المكعب = ٣٠٠ + ٦٠ = ٣٦٠ قرشاً .

لنفرض أن تكاليف اقتراض المتر المكعب عند نهاية مسافة النقل = ٤٢٠ قرشاً وأن مسافة النقل المسموح تساوى ٢٥٠ متراً .

وإن نقل الأتربة لكل ٥٠ متراً زيادة على النقل المسموح تتكلف ثلاثون قرشاً للمتر المكعب فإذا رمزنا لمسافة النقل الزائد بالحرف ل متراً .

فإنه لكى يتساوى سعر حفر المتر المكعب ونقله لمسافة النقل الزائد مع إستهلاك متر مكعب عند نقطة الحفر واقتراض متر مكعب بدله عند حد النقل ينتج أن :

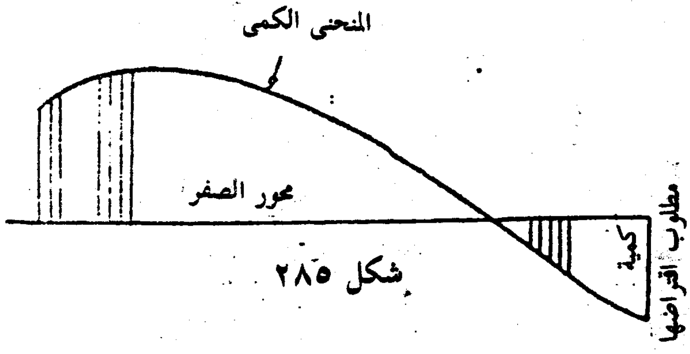
الحفر + النقل = (حفر واستهلاك) + (حفر وقرض)

أى أن :

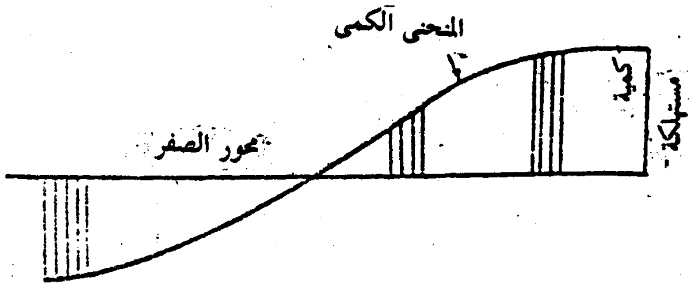
$$٣٠٠ + \frac{ل}{٥٠} \times ٣٠ = ٣٦٠ + ٤٢٠$$

ومنها :

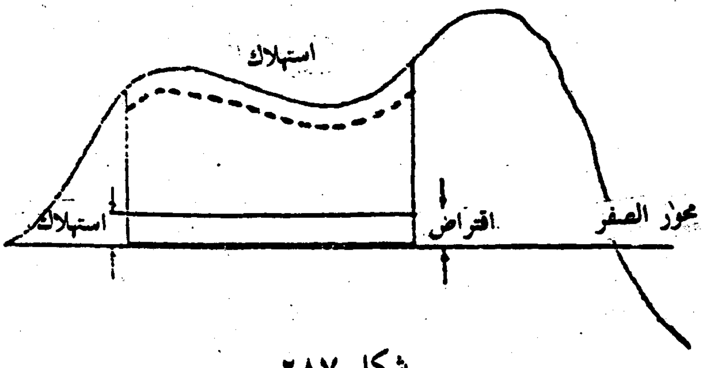
ل = ٨٠٠ متر



شكل ٢٨٥



شكل ٢٨٦



شكل ٢٨٧

وتكون مسافة حد النقل الكلية = ٨٠٠ + ٢٥٠ = ١٠٥٠ متر . وعلى ذلك فكميات الحفر التى تظهر من منحنى التوزيع الكمى أنها تحتاج إلى نقل يزيد عن حد النقل يجب إستهلاكها واقتراض غيرها . ويوضح الامتهلاك على المنحنى الكمى اما بزحزحة المنحنى فى المسافة بين موضوع الأستهلاك والأقتراض موازيا لنفسه بمقدار كمية الأستهلاك أو الأقتراض أو بزحزحة خط الصفر موازيا لنفسه فى ذلك الجزء بنفس المقدار شكل (٢٨٧) .

تعيين مسافات النقل الزائد والمسموح :

لتعيين مسافات النقل المسموح والنقل الزائد وكذلك مركز ثقل كل من كميتى الحفر والردم نتبع الخطوات التالية فى شكل (٢٨٣) .

١ ـــ من (نهاية منحنى التوزيع الكمى) نرسم خط ب ا موازيا للمحور الأفقى ليقطع المنحنى فى (ا) ويكون هذا الخط (ب ا) هو محور الصفر وتكون المسافة العمودية (ب ك) هى قيمة كمية الاستهلاك .

٢ ـــ تحدد مسافة النقل المسموح بالخط حـ ى حسب المواصفات أو ما يتفق عليه كأن تكون ١٠٠ م مثلاً أو ٥٠ م .

٣ ـــ وباسقاط ى ، حـ على الخط ب ا تتحدد نقطتى ى١ ، حـ١ وبتنصيف كل من ى ى١ ، حـ حـ١ فى حـ٢ ، ى٢ نحصل على الخط ى٢ حـ٢ ليقابل المنحنى فى هـ ، و .

٤ ـــ النقطتان هـ ، و هما عبارة عن مركزى الكميتين ا حـ حـ١ ، ى ب ى١ اللتان ستنقلان نقلا غير مسموح وبذا تكون المسافة هـ و هى مسافة النقل غير المسموح .

٥ ـــ الكمية ا حـ حـ١ سوف تنقل من هـ إلى و لأتمام الردم .

٦ ـــ مسافة النقل الزائد هى : هـ و ـــ ى حـ .

ومنها يمكن تعيين كمية النقل الزائد .

كمية النقل الزائد = الحجم حـ حـ١ × مسافة النقل الزائد .

٧ ـــ لتحديد مسافة النقل الكلية ينصيف الأحداثى الرأسى من قمة المنحنى

وحتى الخط ب أ ثم يرسم من نقطة المنتصف خط يوازى المحور فيقطع الجزء الأيمن من المنحنى فى نقطة هى مركز ثقل الردم ويقطع الجزء الأيسر من المنحنى فى نقطة ثانية هى مركز ثقل الحفر الذى يساوى الردم . المسافة الأفقية بين النقطتين هى مسافة النقل الكلية .

٨ ـ كمية الأتربة التى ستنقل نقلا مسموحاً تعين بالأحداثى الرأسى من قمة المنحنى وحتى الخط ء حـ .

٩ ـ نقطة (أ) تحدد القطاع الفاصل بين الكمية المستهلكة من الحفر وبين الكمية التى ستستغل من الحفر فى عمليات الردم .

١٠ ـ لتحديد بعد مركز ثقل الكمية المستهلكة من بداية المشروع ينصف الأحداثى الرأسى الواصل من نقطة (أ) وحتى المحور . ومن نقطة التنصيف نرسم خطا أفقيا يقطع المنحنى فى نقطة هى مركز ثقل الكمية المستهلكة وبالتالى يمكن حساب بعد هذا المركز عن البداية .

مثـــال :

حسبت كميات الحفر والردم على طول قطاع طولى لطريق مقترح وكانت كالتالى :

المسافة الطولية (متر)	الحفر (متر^3)	الردم (متر^3)
صفر		
١٠٠	٢٩٠	
٢٠٠	٧٦٠	
٣٠٠	١٦٨٠	
٤٠٠	٦٢٠	
٤٨٠	١٢٠	
٥٠٠		٢٠
٦٠٠		١١٠
٧٠٠		٣٥٠
٨٠٠		٦٠٠

المسافة الطولية (متر)	الحفر (متر^3)	الردم (متر^3)
٨٠٠		٧٨٠
٩٠٠		٦٩٠
١٠٠٠		٤٠٠
١١٠٠		١٢٠
١٢٠٠		

ارسم منحنى التوزيع الكمى (Mass Diag.) — وعين كمية الأتربة المستهلكة ثم أوجد مسافة النقل وكمية النقل الزائد إذا كانت مسافة النقل المسموح بها هى ٣٠٠ متر .

الحـــل

المسافة	الكمية الكلية	المسافة	الكمية الكلية
صفر	صفر	٦٠٠	٣٤٤٠ +
١٠٠	٢٩٠ +	٧٠٠	٢٩٩٠ +
٢٠٠	١٠٥٠ +	٨٠٠	٢٣٩٠ +
٣٠٠	٢٧٣٠ +	٩٠٠	١٦١٠ +
٤٠٠	٣٣٥٠ +	١٠٠٠	٩٢٠ +
٤٨٠	٣٤٧٠ +	١١٠٠	٥٢٠ +
٥٠٠	٣٤٥٠ +	١٢٠٠	٤٠٠ +

من واقع المنحنى شكل (٢٨٨) نجد أن :

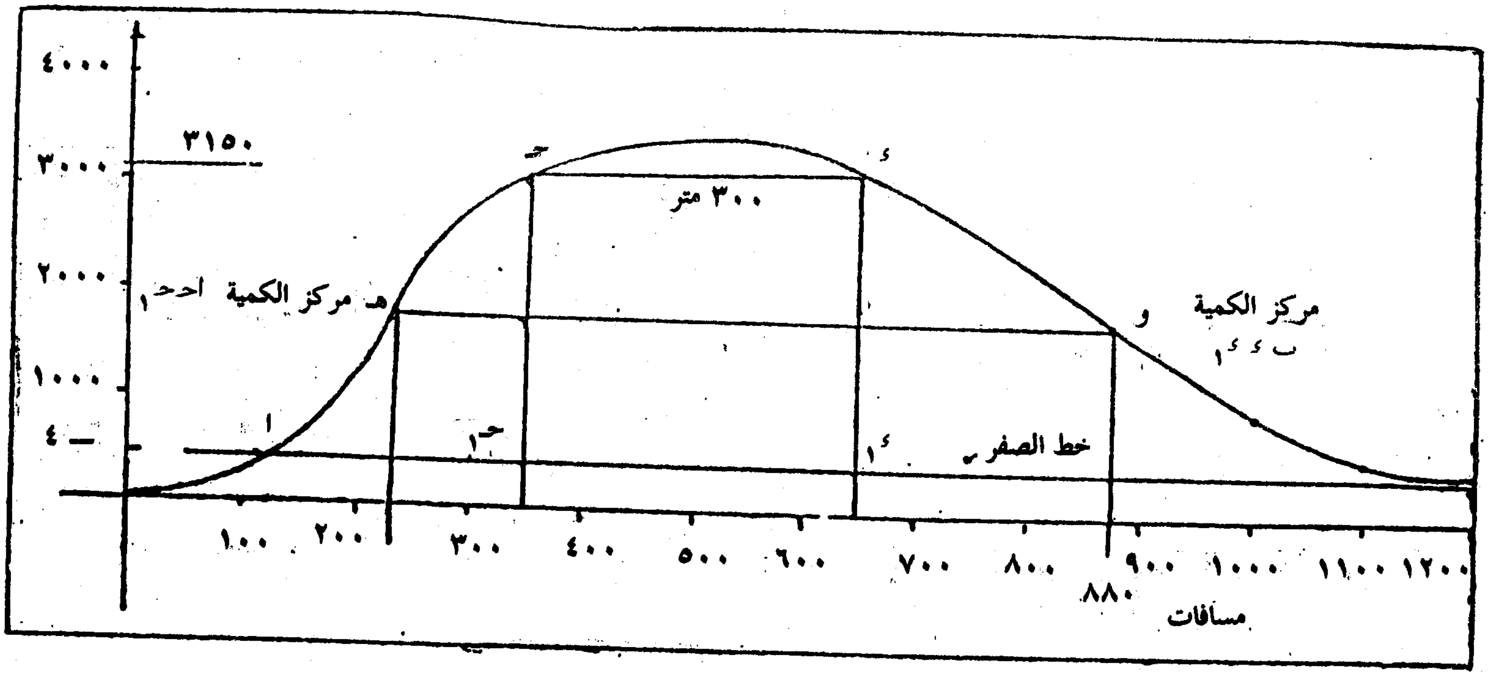
١ — كمية الأتربة المستهلكة = ٤٠٠ متر^3

ويمكن حسابها من الفرق بين كميتى الحفر والردم

مجموع الحفر — مجموع الردم = ٣٤٧٠ — ٣٠٧٠ = ٤٠٠ متر^3

والخط ا ب هـ هو خط الصفر .

٢ — على المنحنى نحدد مسافة ٣٠٠ متر تقطع المنحنى فى خط أفقى وهى مسافة النقل المسموح به وهى ب حـ ثم نحدد النقطتين حـ$_1$ ، ى$_1$ على خط الصفر وبتنصيف المسافة حـ حـ$_1$ ، ى ى$_1$ نحصل على خط يوازى خط الصفر



٤٠٠٠
٣١٥٠
٣٠٠٠
٢٠٠٠
١٠٠٠
٤
٣٠٠ متر
هـ مركز الكمية احـ١
مركز الكمية و
خط الصفر
١٠٠ ٢٠٠ ٣٠٠ ٤٠٠ ٥٠٠ ٦٠٠ ٧٠٠ ٨٠٠ ٩٠٠ ١٠٠٠ ١١٠٠ ١٢٠٠
٨٨٠
مسافات

شكل (٢٨٨)

يقطع المنحنى فى نقطتين هـ ، و (مواضع منتصف كمية الحفر وكمية الردم) وهما يمثلان مركزى الكميتين ا حـ حـ١ ،ب ى ى١ .

مسافة النقل غير المسموح = هـ و = ٨٨٠ ــ ٢٤٠ = ٦٤٠ متر

مسافة النقل الزائد = مسافة النقل الكلية ــ مسافة النقل المسموح
= ٦٤٠ ــ ٣٠٠ = ٣٤٠ متر

كمية النقل الزائد = الحجم × مسافة النقل الزائد

كمية النقل الزائد = الإحداثى حـ جـ١ × المسافة (و هـ ــ حـ ى)
= (٣١٥٠٠ ــ ٤٠٠) (٦٤٠ ــ ٣٠٠)
= ٢٧٥٠٠ × ٣٤٠ = ٩٣٥٠٠٠٠ متر٤
= ٩٣,٥ وحدة نقل

حيث وحدة النقل = نقل حجم قيمته ١٠,٠٠٠ متر٣ مسافة مقدارها متر واحد

بعد القطاع الذى يحدد نهاية الكمية المستهلكة عن بداية المشروع = ١٢٠ متر

مثال ٢ :

حسبت كميات الحفر والردم من واقع قطاعات عرضية مأخوذة كل ١٠٠ متر على محور طريق تحت الإنشاء فكانت كما فى الجدول التالى :

إرسم منحنى التوزيع الكمى لهذه الكميات ووضح عليه كميات النقل المسموح إذا كانت مسافة النقل المسموح ١٥٠ متر . حدد أيضاً كميات القرض أو الأستهلاك وبعد مركز ثقلها عن بداية المشروع وكميات الأتربة التى ستنقل نقلا زائدا ومراكز ثقلها ومسافات نقلها الكلى ونقلها الزائد موضحاً ذلك على كروكى دقيق يمثل القطاع الطولى للمشروع ومناطق الحفر والردم عليه .

القطاع	حفر (م[3])	ردم (م[3])
صفر		
	٦٠٠	
١٠٠		
	١٥٠٠	
٢٠٠		
	١٧٠٠	
٣٠٠		
	٨٠٠	
٤٠٠		
		٤٠٠
٥٠٠		
		٢٠٠٠
٦٠٠		
		١١٠٠
٧٠٠		
	١٥٠	
٨٠٠		
	٤٥٠	
٩٠٠		
	١٠٠٠	
١٠٠٠		
	٢٥٠	
١١٠٠		
		١١٠٠
١٢٠٠		
		١٢٥٠
١٣٠٠		
		٦٥٠
١٤٠٠		

الحـــل

أولاً ـــ حساب أحداثيات المنحنى :

تحسب أحداثيات المنحنى على أساس تجميع الكميات من أول المشروع إلى القطاعات المختلفة كما يلى :

القطاع	الكمية (م[3])	القطاع	الكمية (م[3])
صفر	صفر		
١٠٠	٦٠٠	٨٠٠	١٢٥٠
٢٠٠	٢١٠٠	٩٠٠	١٧٠٠
٣٠٠	٣٨٠٠	١٠٠٠	٢٧٠٠
٤٠٠	٤٦٠٠	١١٠٠	٢٩٥٠
٥٠٠	٤٢٠٠	١٢٠٠	١٨٥٠
٦٠٠	٢٢٠٠	١٣٠٠	٣٠٠ ـــ
٧٠٠	١١٠٠	١٤٠٠	٩٥٠ ـــ

ثانياً ــ رسم المنحنى :

رسم المنحنى بأعتبار المحور الأفقى ممثلاً للمسافات بالمتر والرأسى ممثلاً للكميات بالمتر المكعب (شكل ٢٩٠) . من الرسم نجد أن للمنحنى قمتين وبطن وهذا دليل على وجود كميات حفر حتى القمة الأولى ثم ردم من القمة الأولى وحتى البطن ثم حفر من البطن وحتى القمة الثانية ثم ردم من القمة الثانية حتى نهاية المشروع . ومن المنحنى نجد أن آخر إحداثى بالسالب أى أن هناك قرض بمعنى أن كميات الحفر الكلية لا تغطى كميات الردم المطلوبة فيجب الحصول على أتربة من خارج الموقع لتغطية النقص .

ثالثاً ــ النتائج :

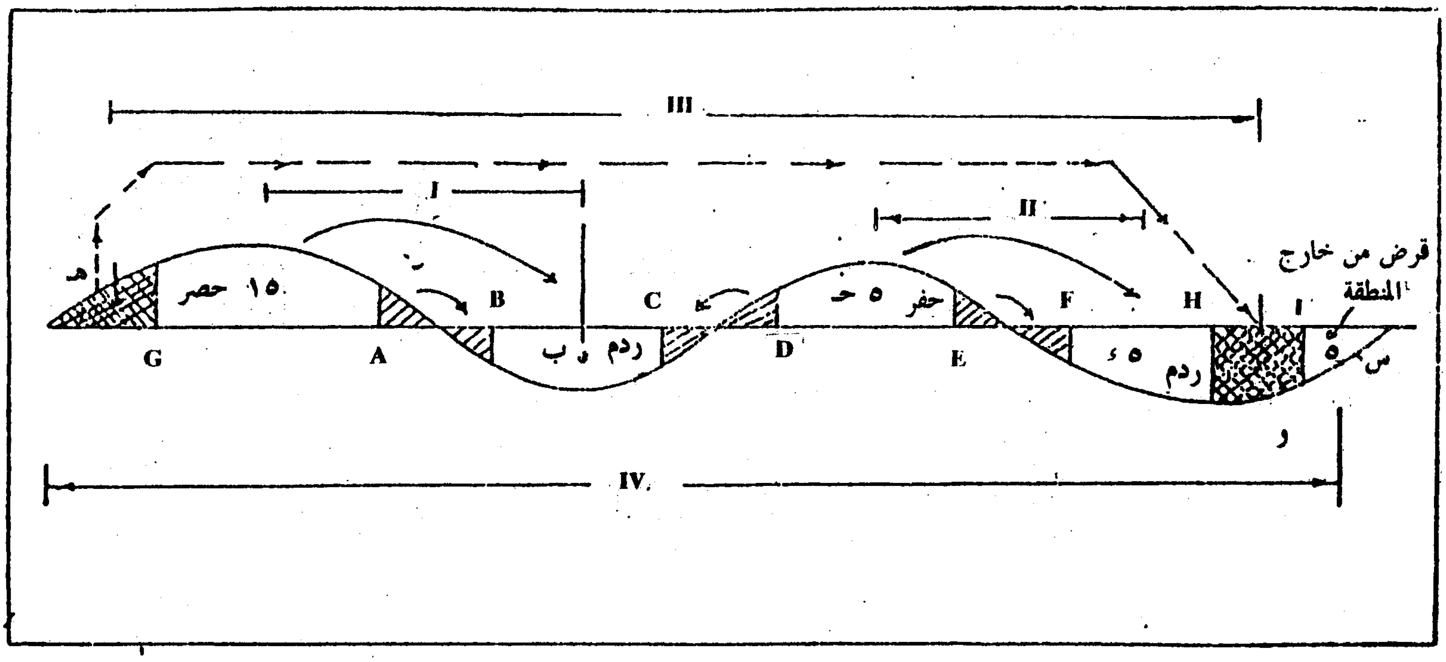
لتحديد كميات النقل المسموح أخذت خطوط أفقية بطول مسافة النقل المسموح (١٥٠ م) على كل من القمة الأولى (المسافة A B) وعلى البطن المسافة (C D) وعلى القمة الثانية المسافة (E F) فتكون الأحداثيات الرأسية المحصورة من هذه الخطوط وحتى القمة (أو البطن) هى عبارة عن كمية الأتربة التى ستنقل نقلاً مسموحاً وعلى هذا يكون فى شكل (٢٩٠) .

كمية الأتربة الأولى المنقولة نقلاً مسموحاً (١) = ٣٠٠ م^3

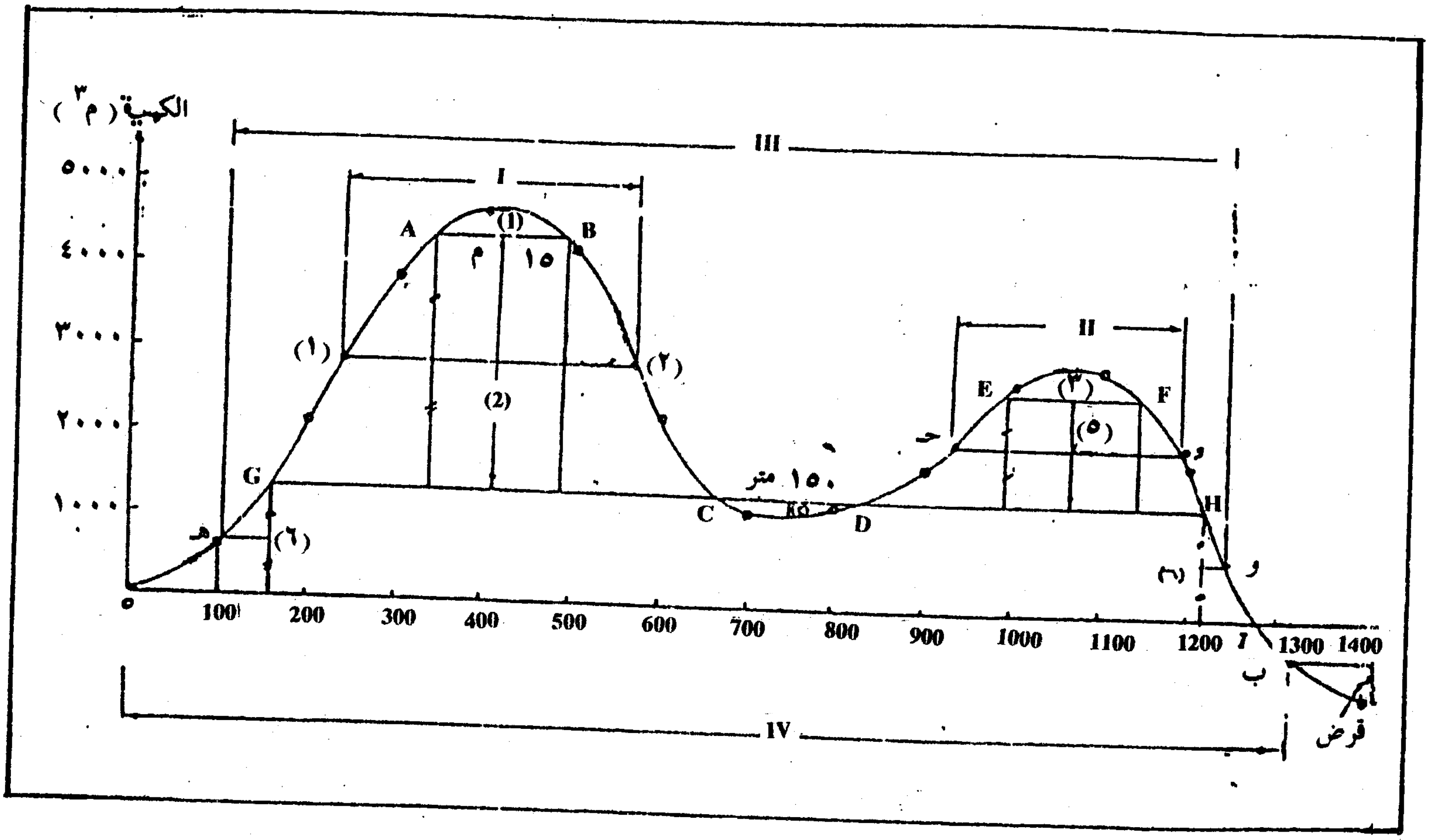
كمية الأتربة الثانية المنقولة نقلاً مسموحاً (٢) = ٢٠٠ م^3

كمية الأتربة الثالثة المنقولة نقلاً مسموحاً (٣) = ٣٥٠ م^3

أى أنه بالنسبة للمنطقة الأولى سيأخذ من الحفر وإبتداء من القطاع عند النقطة A كمية قدرها ٣٠٠ م^3 ستنقل يدوياً أو بالبلدوزورات نقلاً مسموحاً إلى منطقة الردم وحتى القطاع B ــ كذلك هناك كمية أتربة قدرها ٢٠٠ م^3 ستنقل نقلاً مسموحاً من منطقة الحفر الثانية إبتداءاً من القطاع عند D إلى منطقة الردم الأولى وحتى القطاع عند C وهناك كمية ثالثة قدرها ٣٥٠ م^3 ستنقل نقلاً مسموحاً من منطقة الحفر الثانية إبتداء من القطاع عند E إلى منطقة الردم الثانية وحتى القطاع عند F كما هو موضح فى الكروكى التى يمثل القطاع الطولى للمشروع وموضحاً عليه أماكن الحفر والردم . شكل (٢٨٩) .


III
I
II
قرض من خارج المنطقة
هـ
١٥ حصر
B
C
حفر
٥ حـ
F
H
I
G
A
ردم
D
E
ردم
IV.

شكل (٢٨٩)


الكمية (م٣)
٥٠٠٠
٤٠٠٠
٣٠٠٠
٢٠٠٠
١٠٠٠
I
II
III
IV
A
B
C
D
E
F
G
H
(1)
(2)
(١)
(٢)
(٣)
(٥)
(٦)
١٥ م
١٥٠ متر
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1200
1300
1400
قرض

شكل (٢٩٠)

ومن المنحنى نجد أن هناك كمية أتربة فى منطقة الردم الأولى محصورة من القطاع عند B وحتى القطاع عند C يجب أن تنقل من الأتربة ما يناظرها من منطقة الحفر الأولى ، ولأجراء ذلك نمد خطاً أفقياً من نقطة C على المنحنى يقطعه فى نقطة G (القطاع فى منطقة الحفر الذى سنبدأ منه نقل الأتربة إلى منطقة الردم) . وبذا فإن كمية الأتربة فى الحفر المحصورة بين القطاعين G ، A ستنقل نقلاً غير مسموح به لتغطى كميات الردم المطلوبة بين القطاعين B ، C . ومن الرسم هذه الكمية هى الأحداثى الرأسى المحصور بين الخطين الأفقيين CG ، BA [الأحداثى (٤)] .

أى أن (٤) = ٣٠٠٠ م^{٣}

وتكون مسافة النقل الكلية لهذه الكمية هى المسافة I من مركز ثقل جزء الحفر (أ) إلى مركز ثقل جزء الردم (ب) حيث :

I = ٣٣٥ متر

وبذا فإن مسافة النقل الزائد لهذه الكمية = ٣٣٥ ــ ١٥٠ = ١٨٥ متر

ومن المنحنى والكروكى نجد أن هناك كمية حفر محصورة من القطاع D وحتى القطاع E تناظر كمية ردم محصورة من القطاع F وحتى القطاع H ــ هذه الكمية تحدد بالأحداثى الرأسى (٥) المحصورة بين الخطين الأفقيين HD ، EF وعليه فإن :

(٥) = ١٣٠٠ م^{٣}

وتكون مسافة النقل الكلية لهذه الكمية ستنقل نقلاً غير مسموح هى المسافة بين مركزى ثقل الكميتين (حـ ، ى)وهى المسافة II أى أن :

II = ٢٦٠ متر

وبذا فإن مسافة النقل الزائد لهذه الكمية = ٢٦٠ ــ ١٥٠ = ١١٠ متر

ومن المنحنى والكروكى نجد أن كميات الأتربة الناتجة من أول المشروع عند G تساوى كميات الأتربة المطلوبة للردم من أول القطاع H وحتى القطاع I . هذه الكمية تساوى الأحداثى الرأسى (٦) حيث :

(٦) = ١٣٠٠ م^{٣}

وعليه تكون مسافة النقل الكلية لهذه الكمية هى المسافة بين مراكز ثقل الكميتين فى الحفر والردم (هـ ، و) أى المسافة III حيث :

III = ١١٣٥ متر

وهذه المسافة مسافة نقل غير مسموح

ومن المنحنى نجد أن قيمة القرض هى ٩٥٠ م^{3} وبعد مركز هذه الكمية س عن بداية المشروع هو البعد IV الذى يساوى :

IV = ١٣١٥ متر .